Roter Faden Physik

https://roter-faden-physik.de/

Elektromagnetische Wechselwirkung

4. Auflage

Induktion, Selbstinduktion, Lenzsche Regel,
Ein- und Ausschaltvorgänge, Transformator

Maxwellsche Ergänzung, Verschiebungsstrom,
Maxwellsche Gleichungen, elektromagnetische Welle

mit Aufgaben und Lösungen

von Dr. Ortwin Fromm

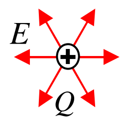
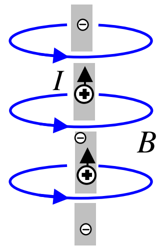
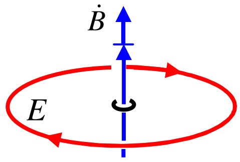
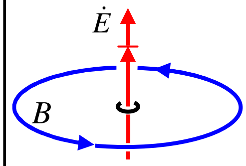
Evangelische Schule Frohnau, Berlin

© Copyright, Ortwin Fromm. fromm@ev-frohnau.de
http://www.ev-frohnau.de/Projekte-Physik,rotefaedenphysik.html

A) Elektromagnetische Wechselwirkung, Ergebnisübersicht.

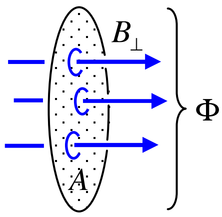
1) Nach Coulomb erzeugt eine stillstehende elektrische Ladung Q ein elektrostatisches Feld E. *Ändert* man Q, so ändert sich auch E. Ein zeitl. veränderliche E, also ein $\dot{E} \neq 0$, erzeugt *zusätzlich* ein *magnetisches* Feld B, welches die E-Feldlinien nach der rechten Korkenzieherregel so umschlingt, wie es beim elektrischen Strom der Fall ist. Weil $\dot{E}$ wie I_{err} wirkt, nennt man den Term $\varepsilon \cdot A \cdot \dot{E}$ auch „*Verschiebungsstrom*“. Das Phänomen heißt Maxwellsche Ergänzung.

2) Nach Oerstedt erzeugt ein zeitlich konstanter elektrischer *Strom* I_{err} ein konstantes *Magnetfeld*. *Ändert* man die Stromstärke, so ändert sich auch B. Das zeitl. veränderliche B, also das $\dot{B} \neq 0$, erzeugt *zusätzlich* ein *elektrisches* Ringfeld, welches die B-Feldlinien umschlingt. $\dot{B} \neq 0$ erzeugt also im Gegensatz zu Q keine offenen, sondern *geschlossene* elektrische Feldlinien. Das Phänomen heißt Induktion. Die Orientierung von E bremst $\dot{B}$. (Lenzsche Regel)

	Maxwellsche Gleichungen		
	Erzeugung eines elektrischen Feldes	Erzeugung eines magnetischen Feldes	
Coulomb	 Elektrische Ladung erzeugt ein elektrisches Feld	 Elektr. Strom erzeugt ein magnetisches Feld	Oerstedt
Induktion	 Änderung des magn. Flusses erzeugt ein elektrisches Ringfeld.	 Änderung des elektr. Flusses erzeugt ein magn. Ringfeld.	Maxwell Ergänzung

B) Induktion: Der erste Fall der elektromagnetischen Wechselwirkung.

0) Induktion tritt bei zeitlicher Änderung des Magnetismus auf. Relevant ist aber nicht die Fluss*dichte B* selbst, sondern die „Gesamtmenge an Magnetismus“, welche durch einen Querschnitt A fließt. Fließt Wasser mit der Geschwindigkeit v durch einen Schlauch mit Querschnitt A, so strömt pro Zeit das Volumen $V = A \cdot v$ hindurch. Die magn. Flussdichte B entspr. der Fließgeschw v. Analog gilt daher für den magn. Fluss $\boxed{\Phi = A \cdot B}$ (gr. Phi)



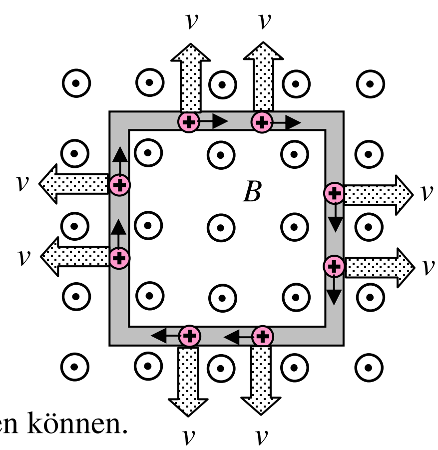
Magnetischer Fluss

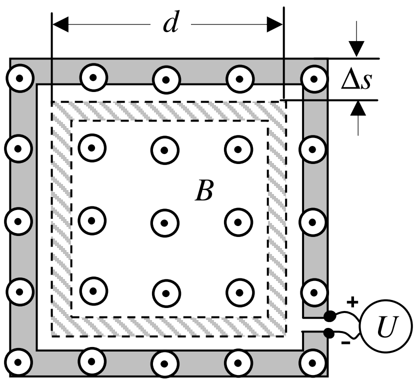
Maßeinheit: $[\Phi]=[B]\cdot[A]=T\cdot m^2=\frac{N}{\cancel{m}\cdot A}\cdot m^{\cancel{2}}=\frac{N\cdot m}{A}=\frac{J}{A}=\frac{V\cdot\cancel{A}\cdot s}{\cancel{A}}=\underline{\underline{V\cdot s}}$

Sowohl die Änderung von A als auch die Änderung von B im Produkt Φ bewirkt Induktion, also das Entstehen eines elektrischen Ringfeldes

1) *Erste* Versuchserie: Zeitlich *veränderliche* Fläche A, zeitlich konstante Flussdichte B.

Betrachte einen quadratischen Metallrahmen, welcher von unten von einem konstanten, homogenen Magnetfeld durchdrungen wird. Der Rahmen bestehe aus Teleskopstangen, sodass seine Kanten kontinuierlich mit der Geschwindigkeit v auseinander gezogen werden können.

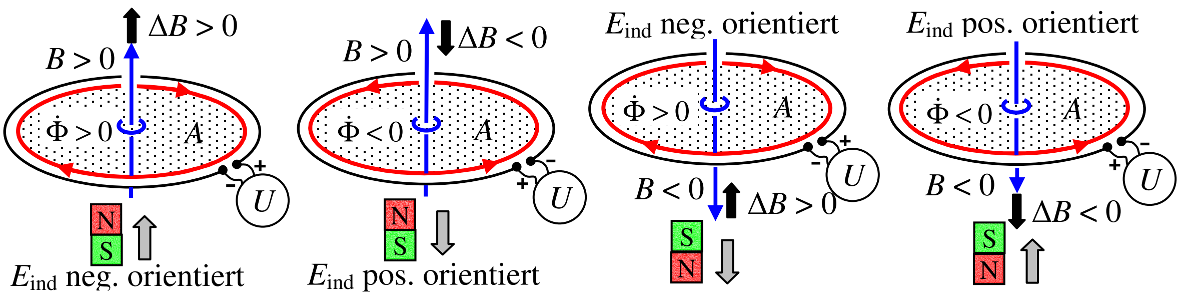




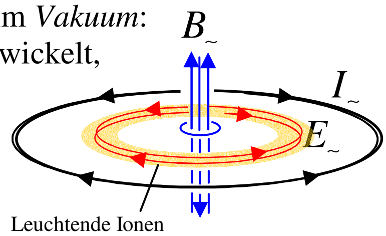
Die Bewegung der Schenkel bewirkt nach der rechten Drei-Finger-Regel dann Lorentzkräfte $F_L = q \cdot v \cdot B$, welche die positiven beweglichen Ladungsträger (techn. Strom) im Uhrzeigersinn durch den Rahmen treiben. Wir haben gelernt, dass die Lorentzkraft gemäß Relativitätstheorie auf der Kontraktion des Volumens der bewegten Ladungsträger in Fließrichtung beruht. Und, dass dadurch Aufladung und eine seitlich wirkende elektrische Kraft entsteht. Da die Lorentzkraft also letztlich eine elektrische Kraft $F_{el} = q \cdot E$ ist, können wir ihr Ergebnis $q \cdot v \cdot B$ ohne weiteres als $q \cdot E$ schreiben. Die Gleichung $q \cdot E = q \cdot v \cdot B$ ermöglicht dann, die der Lorentzkraft entsprechende *elektrische* Feldstärke zu ermitteln. Ergebnis: $E = v \cdot B$. Die Bewegung der Schenkel vergrößert die von B durchströmte Fläche. Bei Vernachlässigung der Ecken erhält man für die Flächenzunahme $\Delta A = 4 \cdot d \cdot \Delta s$ (s. Abb.)
Mit $v = \Delta s / \Delta t$ wird daraus $\Delta A = 4 \cdot d \cdot v \cdot \Delta t$ bzw. $v = \frac{1}{4 \cdot d} \cdot \frac{\Delta A}{\Delta t}$. Für *lim* $\Delta t \to 0$ folgt
$\Delta A / \Delta t \to \dot{A}$, sodass $v = \frac{1}{4 \cdot d} \cdot \dot{A}$ entsteht. Dies in $E = v \cdot B$ einsetzen: $E = \frac{1}{4 \cdot d} \cdot B \cdot \dot{A}$.
Multiplizieren mit dem Rahmenumfang $Umf = 4d$ liefert $E \cdot Umf = B \cdot \dot{A}$. Nun gilt allg. „Feldstärke mal Strecke = Spannung“. Schlitzt man also den Rahmen auf, so kann dort die durch die Flächenvergrößerung induzierte Spannung $\boxed{U_{ind} = -\dot{A} \cdot B}$ abgegriffen werden. Das Minuszeichen folgt aus dem *negativen* Drehsinn von E bei Flächen*vergrößerung*.

2) *Zweite* Versuchserie: Zeitlich *veränderliche* Flussdichte *B*, zeitlich konstante Fläche *A*.

Jetzt werden Form und Lage der Leiterschleife konstant gelassen und die Flussdichte *B* z.B. durch Annäherung oder Wegführen eines Stabmagneten in beiden Orientierungen geändert. Als Resultat kommt *wieder* ein ringförmiges elektrisches Feld E_{ind} heraus. Misst man die Änderungsgeschwindigkeit $\dot{B}$ der Flussdichte B, so ergibt sich für die induzierte Spannung am aufgeschlitzten ringförmigen Messdraht jetzt $\boxed{U_{ind} = -A \cdot \dot{B}}$.



Das induzierte elektrische Feld existiert auch ohne Messdraht im *Vakuum*:
Um eine evakuierte Glaskugel mit Restgas ist ein Drahtring gewickelt, welcher von einem hochfrequenten Wechselstrom $I_{\sim}$ durchflossen wird. Dieser erzeugt ein magnetisches Wechselfeld $B_{\sim}$, welches wiederum ein elektrisches Wechselfeld $E_{\sim}$ hervorbringt. Dieses beschleunigt die vorhandenen Ionen,



sodass eine lawinenartige Entladung das Gas zum Leuchten bringt. Weder der Wechselstrom, noch die Lorentzkraft des Magnetfeldes können die Ursache des Gasleuchtens sein.

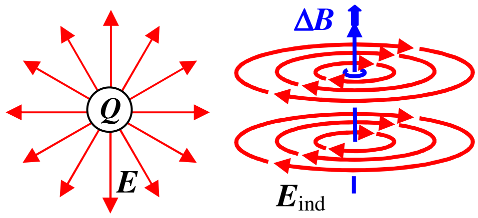
3) Das allgemeine Induktionsgesetz. Beide Serien *zusammen* liefern $U_{ind} = -\dot{A} \cdot B - A \cdot \dot{B}$.

Nach der Produktregel der Differentialrechnung folgt dann $U_{ind} = -\left(A \cdot B\right)^{\cdot} = -\dot{\Phi}$

bzw. bei *n* Windungen, also *n*-maliger Wiederholung ergibt sich $\boxed{U_{ind}(t) = -n \cdot \dot{\Phi}}$.

Die Induktion liefert eine <u>zweite Möglichkeit</u> zur Erzeugung eines elektrischen Feldes

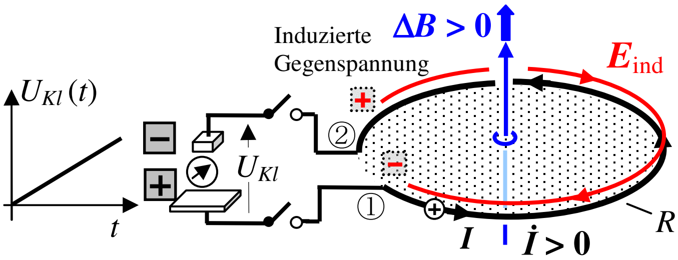
1. Möglichkeit: Eine *Ladung* erzeugt ein elektrisches Feld mit *offenen* Feldlinien.
2. Möglichkeit: Die *Änderung* eines magnetischen Flusses erzeugt ein elektrisches Feld mit *geschlossenen* Feldlinien.



Erst diese zweite Möglichkeit machte die Elektrizitätswirtschaft in großem Stile möglich.

4) <u>Geschlossener Leiterring mit variabler Spannungsquelle, Selbstinduktion, Lenzsche Regel</u>

Bisher wurde der von einer Leiterschleife erfasste magnetische Fluss Φ z.B. durch Heranführen eines Stabmagneten geändert. Nun soll das Magnetfeld durch einen zeitlich veränderlichen Erregerstrom in einer Leiterschleife erzeugt werden. Der Leiterschleife kommt jetzt eine *Doppelfunktion* zu: Einerseits ist sie „Sender“, denn bei Stromfluss erzeugt sie ein Magnetfeld. Andererseits ist sie „Empfänger“, denn bei Magnetfeld*änderung* „empfängt“ sie die Induktionsspannung. Wir verfolgen den Vorgang schrittweise:



i) Zunächst wird die Klemmenspannung $U_{Kl}(t)$ in einem Vorversuch mit *offenen* Schaltern *hoch*gefahren und der Verlauf registriert. Nur so kennt man den überlagerungsfreien Zusammenhang zwischen Drehknopfstellung (der Spannungsquelle) und $U_{Kl}(t)$-Wert.

ii) Nach Schließen der Schalter wird der Drehknopf (Spannungsregler) in *gleicher* Weise hochgefahren, sodass $U_{Kl}(t)$ an den aufgeschlitzten Enden des Leiterringes liegt.

iii) Das *wachsende* $U_{Kl}(t)$ bewirkt nach Ohm einen *zunehmenden* positiv orientierten Strom.

iv) Der Strom $I(t)$ erzeugt eine ihm proportionale *zunehmende* positive Flussdichte $B(t)$. Für eine Spule mit geschlossenem Eisenkern, Länge *l*, Wdg. *n* gilt $B(t) = \mu_r \mu_0 \cdot I(t) \cdot n / l$

v) Die *zunehmende* Flussdichte $B(t)$ induziert ein *negativ orientiertes* elektrisches Ringfeld. Da $U_{ind} \sim -\dot{B}$ und $\dot{B} \sim \dot{I}$ folgt $U_{ind} \sim -\dot{I}$. Der Proportionalitätsfaktor zwischen U_{ind} und $\dot{I}$ wird „Selbstinduktivität“ oder einfach „Induktivität“ L genannt. Der *L*-Wert ist *bauformabhängig* und wird unten berechnet. Ergebnis : $\boxed{U_{ind}(t) = -\,L \cdot \dot{I}}$

Lenzsche Regel: Die Induktionsspannung U_{ind} wirkt ihrer Ursache $\dot{I}$ stets entgegen.

vi) Die induzierte Spannung U_{ind} *überlagert* sich der ursprünglichen Klemmenspannung $U_{Kl}(t)$, sodass die *tatsächliche* Spannung zwischen den Anschlüssen von ① nach ② $U_{1\to 2} = U_{Kl} + U_{ind}(t) = U_{Kl} - L \cdot \dot{I}$ beträgt. An den Klemmen scheinen daher zwei Spannungsquellen angeschlossen zu sein. Da die *fiktive* „*zweite* Spannungsquelle“ durch das „Lenzsche Minuszeichen“ dämpfend wirkt, muss sich der Strom $I(t)$ so einregeln, dass er in seinem Verlauf der *Summe beider* Spannungen genügt.
Hat der Ring den Ohmschen Widerstand *R*, so gilt $I = U_{1\to 2} / R$, bzw. $U_{1\to 2} = R \cdot I$. Der Strom muss sich also so einregeln, dass die Stromstärke $I(t)$ *und* die zeitliche Ableitung $\dot{I}(t)$ die *Gleichgewichtsbedingung* $\boxed{R \cdot I = U_{Kl} - L \cdot \dot{I}}$ erfüllen. - Mathematisch gesehen ist dies eine Differentialgleichung, mit der sich $I(t)$ aus $U_{Kl}(t)$ berechnen lässt. (S. Anh.).Aus der Gleichgewichtsbedingung folgt $U_{Kl} = R \cdot I + L \cdot \dot{I}$. Wird eine *widerstandslose* Spule L in eine Schaltung eingebaut (eingeklemmt), so gilt für sie $\boxed{U_L = +L \cdot \dot{I}}$.

5) Selbstinduktivität L einer langen Spule

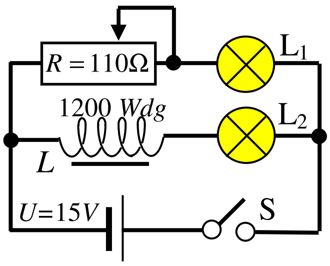
Innerhalb einer Spule mit geschlossenem Eisenkern gilt $B = \mu_0 \mu_r n I / l$. Daraus ergibt sich für die Flussänderung $\dot{\Phi} = A \cdot \dot{B} = A \mu_0 \mu_r n \dot{I} / l$. Bei einer Spule mit n Windungen wird die Flussänderung n mal umfasst, so dass das Induktionsgesetz jetzt $U_{ind} = -n\dot{\Phi}$ lautet. Damit folgt $U_{ind} = -n\dot{\Phi} = n \cdot (-A \mu_0 \mu_r n \dot{I} / l)$. Vergleich mit dem Ansatz $U_{ind} = -L \cdot \dot{I}$ ergibt somit für die Induktivität L der langen Spule $\boxed{L = \mu_0 \mu_r n^2 A / l}$.

Die Windungszahl n geht *quadratisch* in L ein, weil erstens die *erzeugte* Flussdichte B proportional zu n ist und weil zweitens auch die erfasste Flussänderung $\dot{\Phi}$ prop. zu n ist.

6) Ein- und Abschaltvorgänge

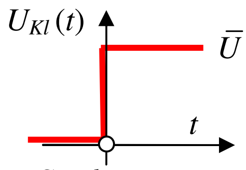
a) Der Einschaltstrom wird verzögert, der Ausschaltstrom läuft nach.

Zwei Lampen L_1 und L_2 werden einmal über einen Ohmschen Widerstand R und einmal über eine Induktivität L parallel zu einer Spannungsquelle geschaltet. R wird so eingeregelt, dass beide Lampen bei geschlossenem Schalter S gleich hell erscheinen. Öffnet man den Schalter, so leuchtet L_2 nach, schließt man ihn wieder, so hinkt L_2 hinterher. Während des Ein-Ausschaltens mindert bzw. verstärkt U_{ind} die Spannung U

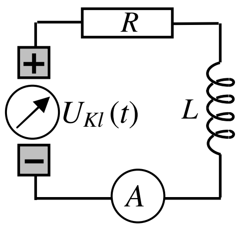


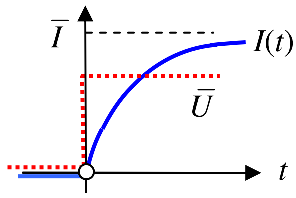
b) Zeitlicher Verlauf des Einschaltstroms

Wir verwenden eine Spule mit $L = 500H$ und einem Drahtwiderstand $R = 280\Omega$. Ersatzweise betrachtet man dann die Reihenschaltung einer idealen, widerstandslosen Spule der Induktivität L mit einem Widerstandes R. Diese Betrachtung entspricht auch aus der Gleichgewichtsbedingung $R \cdot I = U_{Kl} - L \cdot \dot{I}$. Stellt man sie nämlich nach U_{Kl} um, so hat man $U_{Kl} = R \cdot I + L \cdot \dot{I}$. Das entspricht aber dem Spannungsabfall an zwei „Widerständen“ in Reihe: Am echten Widerstand gilt das Ohmsche Gesetz. An der Spule ist der Spannungsabfall nicht proportional zur Stromstärke I , sondern zur ihrer zeitlichen Ableitung $\dot{I}$. Vor dem schlagartigen Einschalten sind Spannung und Strom gleich null. Nach dem Einschaltung hat U_{Kl} den konstanten Wert $\bar{U}$. Einsetzen



Gegeben: Spannungsverlauf





Gesucht: Stromverlauf

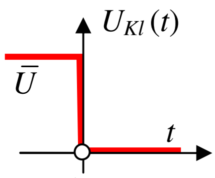
und Umstellen ergibt $R \cdot I - \bar{U} = -L \cdot \dot{I}$. Teilen durch R liefert $I - \frac{\bar{U}}{R} = -\frac{L}{R} \cdot \dot{I}$. Nun führt man die Substitution $y = I - \frac{\bar{U}}{R}$ ein. Daraus folgt $\dot{y} = \dot{I}$. Damit ergibt sich die Ersatzgleichung $y = -\frac{L}{R} \cdot \dot{y}$ bzw. $\dot{y} = -\frac{R}{L} \cdot y$. Frage: Welche Funktion reproduziert sich beim Ableiten. Antwort: Die *e*-Funktion. Also gilt $y = c \cdot e^{-\frac{R}{L} \cdot t}$, denn beim Ableiten kommt $-R/L$ „runter“. Die Konstante c ist beliebig (frei wählbar). Resubstituieren: $c \cdot e^{-\frac{R}{L} \cdot t} = I - \frac{\bar{U}}{R}$. Umstellen nach der gesuchten Stromstärke: $I = \frac{\bar{U}}{R} - c \cdot e^{-\frac{R}{L} \cdot t}$.

Zum Zeitpunkt $t = 0$ muss $I = 0$ gelten. $t = 0$ einsetzen ergibt aber $I = \bar{U} / R - c \cdot 1$.
Das wird nur null, wenn die Konstante c den Wert $c = \bar{U} / R$ besitzt.

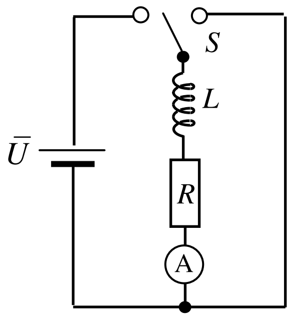
Beachtet man noch, dass die Stromstärke *ohne* Spule nach dem Ohmschen Gesetz sofort den Wert $\bar{I} = \bar{U}/R$ annimmt, so erhält man $\boxed{I = \bar{I} \cdot \left(1 - e^{-\frac{R}{L} \cdot t}\right)}$

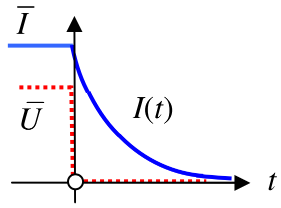
Die Stromstärke schleppt sich also exponentiell gegen ihren Endwert $\bar{I} = \bar{U}/R$.

c) <u>Zeitlicher Verlauf des Abschaltstroms</u>



Gegeben: Spannungsverlauf





Gesucht: Stromverlauf

Wieder wird die reale Spule durch eine Reihenschaltung von idealer Spule und Widerstand ersetzt. In der linken Schalterstellung erhalten wir den Einschaltstrom, in der rechten den Abschaltstrom.

Weil die Stromstärke beim Ausschalten abnimmt, nimmt auch die Flussdichte B in der Spule ab, wodurch dort eine Spannung induziert wird, die (nach der Lenzschen Regel) der Stromabnahme entgegen wirkt.
In die Gleichgewichtsbedingung $R \cdot I = U_{Kl} - L \cdot \dot{I}$ setzen wir jetzt $U_{Kl} = 0$ und erhalten $R \cdot I + L \cdot \dot{I} = 0$. Das entspricht wieder dem Spannungsabfall an zwei „Widerständen" in Reihe. Zur Lösung dieser Gleichung ist keine Substitution erforderlich. Umstellen ergibt $\dot{I} = -(R/L) \cdot I$. Gesucht ist eine Funktion, die sich bis auf einen Faktor beim Ableiten reproduziert. Das ist die e-Funktion $I = c \cdot e^{-\frac{R}{L} \cdot t}$. Zum Zeitpunkt $t = 0$ fließt noch der Batteriestrom, sodass $I = \bar{I}$ gelten muss. Einsetzen liefert $\bar{I} = c \cdot 1$.

Ergebnis für den Verlauf des Abschaltstromes: $\boxed{I = \bar{I} \cdot e^{-\frac{R}{L} \cdot t}}$

d) <u>Energieinhalt des magnetischen Feldes einer Spule</u>
Der Abschaltstrom kommt durch den Abbau des Magnetfeldes zustande. Er durchfließt Spule und Widerstand und überführt so die Energie des Magnetfeldes in Wärme. Die Berechnung Wärmemenge des Widerstandes liefert dann die Energie des Magnetfeldes.
Für die umgesetzte Wärmeleistung gilt $P = U_R \cdot I$, für die Spannung gilt $U_R = R \cdot I$.
Also hat man $P = R \cdot I^2$. Während der Dauer Δt wird daher die Energie $\Delta W = R \cdot I^2 \cdot \Delta t$ zu Wärme. Die gesamte übertragene Energie erhält man durch Summieren.
Mit dem Σ-Zeichen heißt das $W = \Sigma\ R \cdot I^2 \cdot \Delta t$.
Nun kommt die Integralrechnung. Σ wird zu $\int \ldots$ und Δt wird zu $d\,t$.

Damit haben wir $W = \int_0^\infty R \cdot I^2\, dt$. Einsetzen von $I = \bar{I} \cdot e^{-\frac{R}{L} \cdot t}$ ergibt $W = R \cdot \bar{I}^2 \int_0^\infty e^{-2 \cdot \frac{R}{L} \cdot t}\, dt$

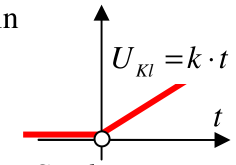
Also $W = R \cdot \bar{I}^2 \dfrac{L}{2R} \left[-e^{-2 \cdot \frac{R}{L} \cdot t} \right]_0^\infty = \dfrac{1}{2} L \cdot \bar{I}^2 \cdot [0 - (-1)]$. Ergebnis: $\boxed{W_{magn} = ½\ L \cdot I^2}$

e) Halbwertszeit

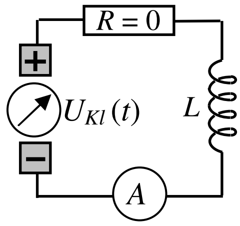
Sowohl beim An-, wie auch beim Abschalten hat man die gleiche Halbwertszeit, denn sowohl die Forderung $\frac{\bar{I}}{2} = \bar{I} \cdot \left(1 - e^{-\frac{R}{L} \cdot t_H}\right)$ als auch $\frac{\bar{I}}{2} = \bar{I} \cdot e^{-\frac{R}{L} \cdot t_H}$ führt auf $\boxed{t_H = \frac{L}{R} \cdot \ln 2}$.

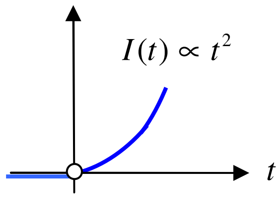
f) Die angeklemmte Spannung wird am *Supraleiter*ring ($R = 0$) linear hochgefahren.

Mit $R = 0$ geht die Gleichgewichtsbedingung über in $0 = U_{Kl} + U_{ind}$ bzw. $U_{Kl} = -U_{ind}$. Wegen $U_{ind} = -L \cdot \dot{I}$ folgt $U_{Kl} = L \cdot \dot{I}$.



Gegeben: Spannungsverlauf



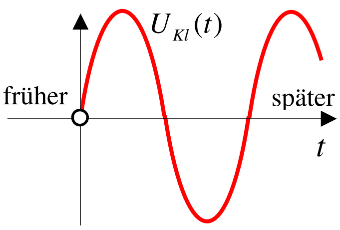


Gesucht: Stromverlauf

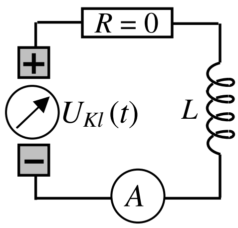
Die angeklemmten Spannung soll linear ansteigen. Mit der Steigung k gilt dann $U_{Kl}(t) = k \cdot t$. Einsetzen ergibt $k \cdot t = L \cdot \dot{I}$ bzw. $\dot{I} = (k / L) \cdot t$.

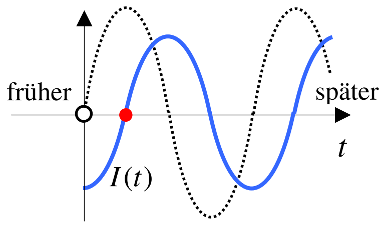
Integrieren liefert $I(t) = k\,t^2 / 2L$. Der Strom steigt also quadratisch an. Damit induziert er aber eine Spannung $U_{ind} = -L \cdot \dot{I} = -L \cdot \frac{k}{L} \cdot t = -k \cdot t$, die stets negativ genauso groß ist wie die angelegte Spannung. Damit liegt in der Summe die Spannung null an. Wäre die Gesamtspannung ungleich null, so würde bei $R = 0$ der Strom sofort unendlich werden. Quintessenz: Am supraleitenden Leiterring fließt ein „Strom ohne Spannung“.

g) Einschalten einer Wechselspannung an widerstandsfreier Leiterschleife



Gegeben: Spannungsverlauf





Gesucht: Stromverlauf

Die angeklemmte Spannung möge einer Sinusfunktion mit Amplitude $\hat{U}$ und Kreisfrequenz $\omega = 2\pi f = 2\pi / T$ folgen. Dabei sind f bzw. T Frequenz bzw. Periodendauer. Es gelte also $U_{Kl}(t) = \hat{U} \cdot \sin(\omega t)$. Für $R = 0$ folgt wieder $U_{Kl} = +L \cdot \dot{I}$.

Einsetzen liefert $\dot{I} = (\hat{U} / L) \cdot \sin(\omega t)$. Integrieren ergibt $I(t) = -\frac{\hat{U}}{\omega L} \cdot \cos(\omega t)$.

Interpretation: So wie die Spannungskurve hat auch die Stromkurve einen periodischen Verlauf. Beide Verläufe haben die gleiche Frequenz. Die Stromkurve erreicht ihren ersten aufsteigenden Nulldurchgang jedoch erst nach einer viertel Periode später als die Spannungskurve: $\boxed{\text{An der Spule hinkt der Strom der Spannung um } T/4 \text{ nach.}}$

7) Anwendung der Induktion. Technische Geräte

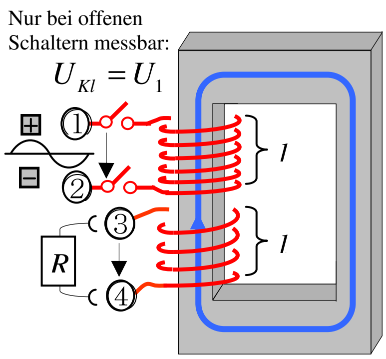
a) Der Transformator

Ein Transformator besteht aus zwei getrennten Spulen, die auf einem geschlossenen Eisenkern sitzen. Die eine Spule fungiert als Primärspule (Sp1), die andere als Sekundärspule (Sp2). Legt man an Sp1 eine Wechselspannung, so fließt dort auch ein Wechselstrom. Weil ein Strom wechselnder Stärke ein veränderliches Φ erzeugt, wird nicht nur in Sp1, sondern jetzt auch in Sp2 eine Spannung induziert. Der Transformator überträgt also ohne Leiterverbindung Spannung und Strom von einer Spule auf die andere.

Der *ideale* Transformator mit widerstandslosen Windungen arbeitet verlustfrei:
Das Produkt aus Strom und Spannung ist primär- und sekundärseitig im Mittel gleich.

<u>Zunächst</u> wird die Sekundärspule *offen* gelassen und an Sp1 die Wechselspannung $U_1 = \hat{U} \cdot \sin \omega t$ geklemmt. Dann fließt durch ihre n_1 Wdg. wegen $U_{Kl} = +L \cdot \dot{I}$ ein um $T/4 = 90°$ *nach*hinkender Wechselstrom $I_1 \sim -\cos\ \omega t$. Dieser Strom erzeugt den Wechselfluss $\Phi \sim -\cos\ \omega t$. Aus der negativen Ableitung von Φ erhält man die induzierte Spannung $U_{ind,1} \sim -\ \sin \omega t$. Also folgt $U_{1\to 2} = U_{Kl} + U_{ind,1} = 0$.Wir sehen erneut: Für $R = 0\,\Omega$ fließt wegen der Selbstinduktion in Sp1 der Strom I_1 „ohne“ Spannung.
In Sp2 hingegen wird durch $\Phi \sim -\cos \omega t$ die Spannung $U_2 = U_{ind,2} = -\left(n_2 / n_1\right) \cdot U_{Kl}$ induziert, die wegen des Minuszeichens um $T/2 = 180°$ gegenüber $U_1 = U_{Kl}$ phasenverschoben ist. Das Verhältnis von $\hat{U}_2 / \hat{U}_1$ ist gleich den dem Verhältnis n_2 / n_1 .

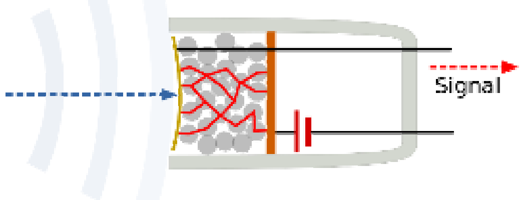
<u>Jetzt</u> schaltet man zwischen die Enden von Sp2 z.B. einen ohmschen Widerstand. Dann fließt auch durch Sp2 ein Wechselstrom, welcher seinerseits ein zeitlich veränderliches Φ_2 im Eisenkern bewirkt. Diese Φ_2 überlagert sich dem ursprünglichen Fluss, so dass I_1 gegenüber U_1 nicht mehr um $-T/4 = -90°$ phasenverschoben ist.
Bei Kurzschluss von Sp2 beträgt die Phasenverschiebung von I_1 und U_1 sogar $\varphi = 0°$. Dann ist das Leistungsprodukt $P_1 = I_1 \cdot U_1$ stets größer null und Sp1 nimmt maximale Leistung auf, um diese in Sp2 wieder abzugeben.



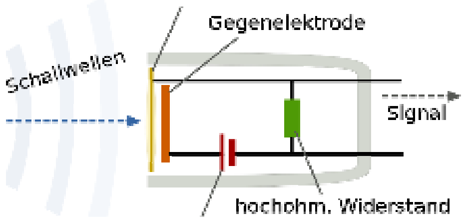
<u>Zusammenfassung</u>:
a) Leistungsaufnahme und Phasenverschiebung können in Sp1 gemessen werden. Ohne Sekundärlast gilt $\varphi(I_1, U_1) = -90°$, ansonsten gilt $0° \le \varphi \le -90°$.
b) Beim idealen Transformator gilt $\boxed{\hat{U}_2 / \hat{U}_1 = n_2 / n_1}$.
c) Bei Sekundärlast transformieren sich die Stromstärken antiprop. $\boxed{\hat{I}_2 / \hat{I}_1 = n_1 / n_2}$.

b) <u>Mikrofone</u>

Kohlemikrofon

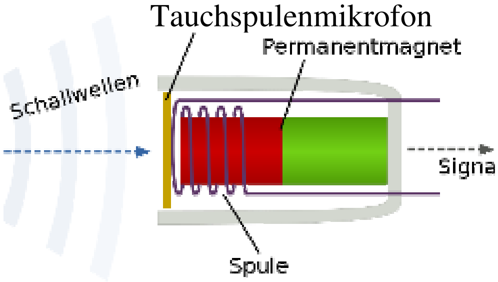


Kondensatormikrofon

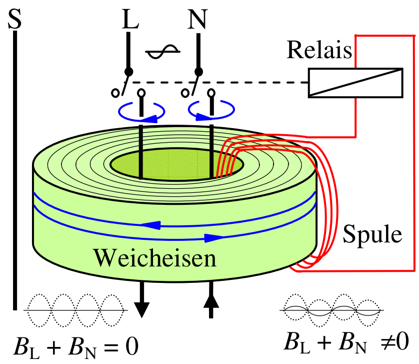


Das Kohlemikro basiert auf dem variablen Widerstandwert *R* von komprimiertem Kohlestaub. Das Kondensatormikro. nutzt die variable Kapazität *C*. Beide benötigen eine Stromversorgung. Das Tauchspulenmikrofon benötigt keine Stromversorgung. In ihm wird eine variable Spannung durch Induktion erzeugt. Es ist die Umkehrung des dynamischen Lautsprechers.

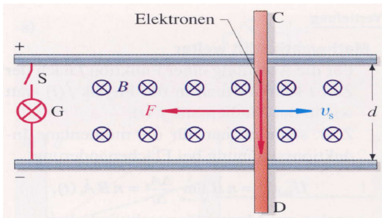
Tauchspulenmikrofon



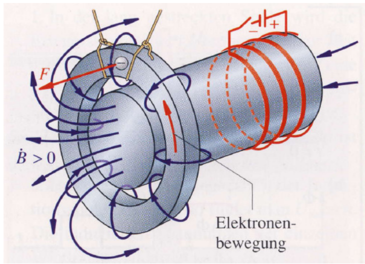
c) <u>FI – Fehlstrom- Schutzschalter</u> sind heutzutage für die Sicherheit nicht nur in Feuchträumen vorgeschrieben. Die hin- und rückstromführenden Leitungen **L** und **N** des Haushalts werden durch einen Ring aus magnetflussverstärkendem Weicheisen geführt, sie erzeugen dort zwei sich überlagernde magnetische Flussdichten. Im Normalfall heben sich die beiden B-Werte auf. Fließt jedoch, durch einen Defekt, ein Teil des Stromes z.B. von **L** über Mensch und Schutzleiter **S** zurück, so bleibt ein veränderlicher B-Rest übrig, welcher in der Spule einen Strom induziert, der über ein Relais blitzschnell die Leiter unterbricht.



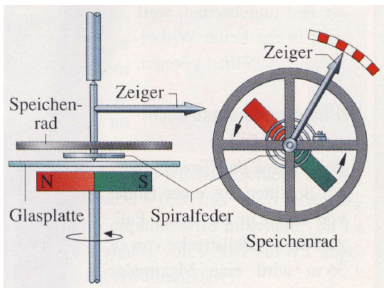
d) <u>Minigenerator (DB. S.62)</u>
Der reibungsfreie Stab wird nach rechts bewegt. Ist der Schalter offen, so rollt der Stab ungebremst. Ist S geschlossen, so wird der Stab langsamer. Warum?



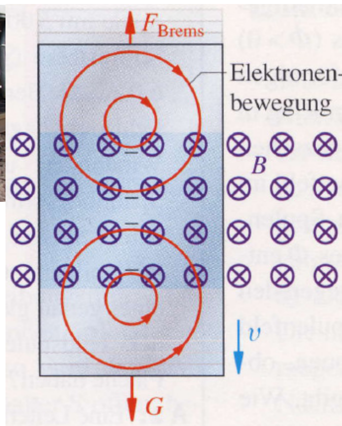
e) <u>Aluminiumring</u>
Beim Einschalten des Spulenstromes springt der Aluminiumring kurz nach vorne. Beim Ausschalten springt er über den Eisenkern. Sägt man einen Schlitz in den Alu-Ring, so bleiben die Effekte aus. Warum?

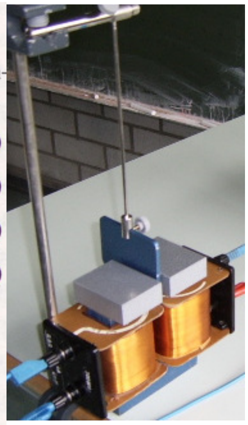


f) <u>Tachometer</u>
Ein Stabmagnet wird von der Radwelle angetrieben und rotiert unter einem Speichenrad aus Aluminium oder Kupfer. Sobald eine Speiche über einen Pol läuft, werden die Elektronen darin z.B. nach außen getrieben und laufen dann über eine andere Speiche zurück, sodass ein Ringstrom entsteht. Dieser Ringstrom erzeugt ein abstoßendes Magnetfeld, welches die Speiche vor dem rotierenden Magneten hertreibt. Ohne Spiralfeder würde das Speichenrad durch den Wirbelstrom mitlaufen. Wegen der Spiralfeder bleibt es jedoch auf einem geschwindigkeitsabhängigen Winkel stehen.



g) <u>Wirbelstrombremsen</u>

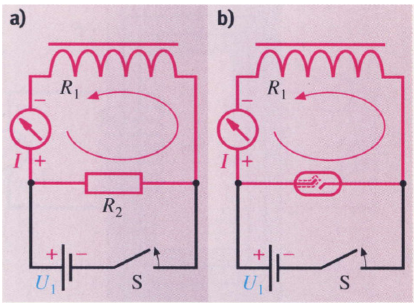




Eisenbahnen, Busse und viele große Anlagen werden (fast) verschleißfrei durch Wirbelstromanlagen gebremst.
Das Prinzip:
In gut leitendem Metall werden bei Bewegung im Magnetfeld Ringströme (Wirbelströme) induziert, welche die Bewegungsenergie nach Ohm in Wärme verwandeln.

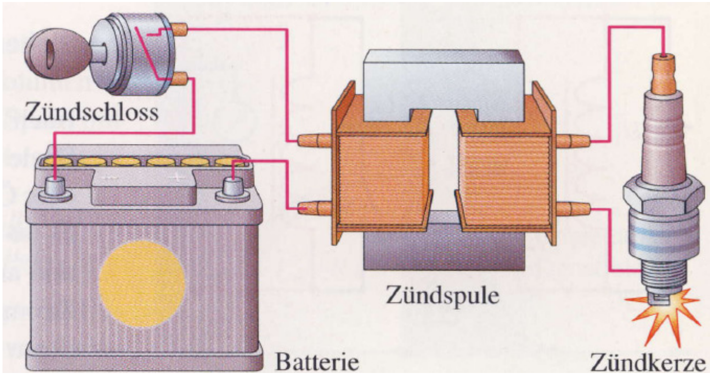
h) Selbstinduktion zündet Glimmlampe

Bei geschlossenem Schalter bildet die stromdurchflossene Spule ($n = 1000$, Eisenkern) ein Magnetfeld aus. Öffnet man S, so bricht das Magnetfeld zusammen, wodurch ein Ringstrom induziert wird, dessen Sekundärfeld der Feldabnahme entgegen wirkt. In Abb a) kann dieser Strom über R_2 fließen. In Abb. b) reicht die induzierte Spannung, die Glimmlampe zu zünden.



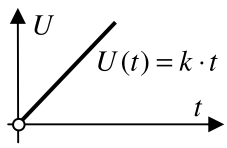
i) Zündanlage des Autos

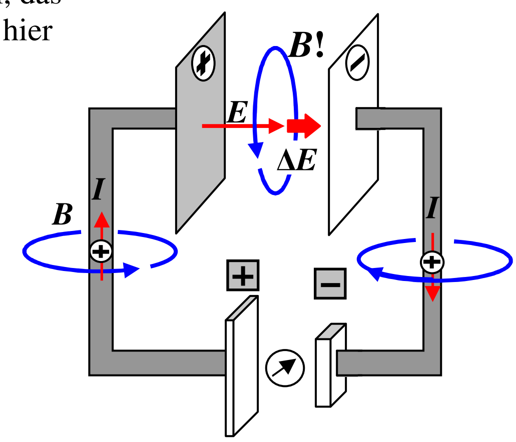
Im Primärkreis liegt außer dem Zündschloss noch der Unterbrecher. Bei Unterbrechung des Primärstroms gibt es in der Primärwicklung der Zündspule eine Flussänderung, welche auch die Sekundärwinklung (mit sehr vielen Wdg.) durchströmt. Dadurch wird dort eine extrem hohe Spannung induziert, die einen Funkenüberschlag bewirkt.



C) Die Maxwellsche Ergänzung: Der zweite Fall der elektromagnetischen Wechselwirkung

Dass elektrischer Strom Magnetismus erzeugt, wissen wir. Maxwell erkannte, dass die *Änderung* des elektrischen *Feldes* ebenso wirkt. Es gibt also Magnetismus ohne Strom: Schließt man einen Kondensator der Kapazität C an eine Spannungsquelle U_0 an, so werden seine Platten auf $Q_\pm = \pm C \cdot U_0$ aufgeladen. Regelt man nun die Spannung gemäß $U(t) = k \cdot t$ langsam linear hoch, so wächst die Plattenladung gemäß $Q_\pm(t) = \pm C \cdot U(t) = \pm C \cdot k \cdot t$ an. Die Ladungs*zunahme* kann mittels *Strom*fluss in den Anschlussleitern erfolgen. Für den Lade*strom* gilt aber $I = \dot{Q}$. Also fließt ein konstanter Strom der Stärke $I = \dot{Q}(t) = C \cdot \dot{U}(t) = C \cdot k$ durch die Leiter. Ein konstanter Strom umgibt sich aber nach der Rechten-Korkenzieher-Regel mit einem *konstanten* ringförmigen Magnetfeld. Zunächst erwartet man, dass die *B*-Linien *nur* die Leiter bis zu den Kondensatorplatten umschießen, denn der Ladestrom fließt ja *nur* dort. Zwischen den Platten sollte eine „*B*-Lücke" herrschen. Zur Kontrolle bringt man eine Kompassnadel zwischen die Platten. Die Messung zeigt, dass es keine „*B*-Lücke" gibt. Im Gegenteil, das *B*-Feld setzt sich zwischen den Platten fort, als flösse auch hier exakt der volle Ladungsstrom *I*. Jetzt könnte man meinen, dass sich das Magnetfeld von den Plattenanschlüssen der Leiter, welche ja gerade noch stromführend sind, in die Lücke hineinwölbt. Dann müsste aber in der Plattenmitte eine Magnetfelddelle sein, was nicht stimmt. Selbst ein großer Plattenabstand spielt keine Rolle. Da der konstante Ladestrom und somit das *B*-Feld *am Leiter* aber *nur* bei Spannungs*vergrößerung* auftritt und diese mit einer *Vergrößerung* der elektrischen Feldstärke E zwischen den Platten einhergeht, schlussfolgert man, dass die *Änderung* des elektrischen Feldes zwischen den





Platten für die Erzeugung des Magnetfeldes im Plattenbereich verantwortlich sein muss. Das wird durch andere Experimente bestätigt.

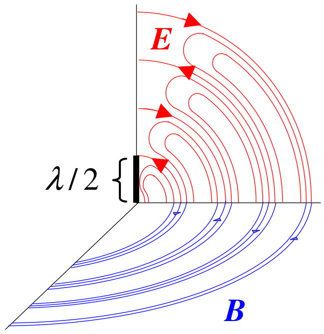
Die Flussdichte um einen *stromführenden* Leiter beträgt im Abstand r bekanntl. $B = \frac{\mu_0}{2\pi r} \cdot I_{err}$.

Messungen zeigen, dass die durch $\dot{E}$ hervorgerufene Flussdichte $B = \frac{\mu_0}{2\pi r} \cdot \left(\varepsilon_0 \cdot A \cdot \dot{E}\right)$ beträgt, wobei r der Abstand zur Plattenachse ist. Wegen der Ähnlichkeit der beiden B-Ausdrücke, erhält der Term $\varepsilon_0 \cdot A \cdot \dot{E}$ ebenfalls den Namen „Strom", nämlich *Verschiebungsstrom.*

Ergebnis: Ein *zunehmendes* elektrisches Feld ($\Delta E > 0$) umgibt sich mit *positiv* orientierten geschlossenen magnetischen Feldlinien B. Die Vorzeichen sind hier also *gleich.*

Bemerkung: Während der „echte" Strom bewegte Ladungsträger benötigt und deshalb auf gute Leiter, wie z.B. Kupfer oder Silber angewiesen ist, läuft der Verschiebungsstrom $\varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r \cdot A \cdot \dot{E}$ bevorzugt über Isolatoren mit großem ε_r , ja er läuft sogar durchs Vakuum. In der Anfangsphase der Elektrizitätswirtschaft gab es daher die Hoffnung, elektromagnetische Energie im großen Stile auch ohne die üblichen Fernleitungen mit Metallleitern übertragen zu können.

D) <u>Elektromagnetische Welle, Licht</u>



Die Kombination des Faradayschen Induktionsgesetz mit dem Maxwellschen Verschiebungsstromgesetz zeigt, dass *sich umschlingende* elektrische und magnetische *Wechsel*felder *ohne* das Vorhandensein von Ladungen und Strömen möglich sind. Die Entstehung solch eines elektromagnetischen „Doppelfeldes" setzt zwar bewegte Ladungen, z.B. in einem Atom oder in einer Antenne voraus. Nach Verlassen des sog. Nahbereiches jedoch koppelt sich das Wechselfeld von seinem Entstehungsort ab und bewegt sich mit der Geschwindigkeit $c = 1/\sqrt{\varepsilon_0 \cdot \mu_0}$ in den leeren Raum hinaus. Die Geschwindigkeit der der elektromagnetischen Welle bestimmt sich also ausschließlich durch die beiden Feldkonstanten und entpuppt sich als die Lichtgeschwindigkeit, die sowohl aus astronomischen Messungen, wie auch mit großer Genauigkeit aus dem Labor bekannt war. Damit ist *Licht* als *elektromagnetische Welle* identifiziert. Während aber z.B. die Schallwelle etwa Luft als Trägermedium benötigt und durch Hinterherfliegen vom bewegten System aus langsamer erscheint, ist in der *c*-Formel keinerlei Auskunft über das Koordinatensystem enthalten. Da aber die experimentelle Bestimmung von ε_0 und μ_0 im gleichförmig gradlinig bewegten System zu exakt denselben Ergebnissen wie im „stillstehenden" System führt, muss die Lichtgeschwindigkeit in jedem gleichförmig gradlinig bewegten System gleich sein. Dieser extrem unverständliche Sachverhalt war der Ausgangspunkt für Einsteins Relativitätstheorie.

Anhang [*1]) Die Differentialgleichung $R \cdot I(t) = U_{Kl}(t) - L \cdot \dot{I}(t)$ zur Bestimmung der Stromfunktion $I(t)$ bei gegebener Spannung $U_{Kl}(t)$ hat die Lösung $I(t) = \frac{U_{Kl}(t)}{R} - e^{-\frac{R}{L}\cdot t} \cdot \left[\frac{1}{R}\int \dot{U}_{Kl}(t) \cdot e^{\frac{R}{L}\cdot t}\, dt + \overline{I}\right]$, dabei ergibt sich $\overline{I} = U_{Kl}(0)/R$ aus der Anfangsbedingung $I(t) = 0$. Die Lösung soll durch Einsetzen bestätigt werden. die sich zu ergibt. Zum Einsetzen wird der Ausdruck nach der Produktregel abgeleitet:

$\dot{I}(t) = \frac{\dot{U}_{Kl}(t)}{R} + \frac{R}{L} e^{-\frac{R}{L}\cdot t} \cdot \left[\frac{1}{R}\int \dot{U}_{Kl}(t) \cdot e^{\frac{R}{L}\cdot t}\, dt + \overline{I}\right] - \cancel{e^{-\frac{R}{L}\cdot t}} \cdot \left[\frac{1}{R}\dot{U}_{Kl}(t) \cdot \cancel{e^{\frac{R}{L}\cdot t}}\right]$. Der 1. und 3. Term heben sich weg. Multiplikation mit L ergibt $L \cdot \dot{I}(t) = R \cdot e^{-\frac{R}{L}\cdot t} \cdot \left[\frac{1}{R}\int \dot{U}_{Kl}(t) \cdot e^{\frac{R}{L}\cdot t}\, dt + \overline{I}\right]$. Damit stimmen

$R \cdot I(t) = U_{Kl}(t) - R \cdot e^{-\frac{R}{L}\cdot t} \cdot \left[\frac{1}{R}\int \dot{U}_{Kl}(t) \cdot e^{\frac{R}{L}\cdot t}\, dt + \overline{I}\right]$ und $U_{Kl}(t) - L \cdot \dot{I}(t)$ überein, w.z.b.w. .

E) Aufgaben

1) Senkrecht zu den Feldlinien eines Magnetfeldes mit $B = 0,5T$ befindet sich eine Leiterschleife mit $r = 4cm$ und $R = 3\Omega$. Die Feldstärke sinkt in $\Delta t = 5ms$ linear auf null ab. Wie groß ist der Strom?
2) Ein 8 m langes Rotorblatt (Metall) dreht sich mit 10 Umdrehungen pro Sekunde senkrecht durch ein homogenes Magnetfeld der Stärke $B = 2mT$. Wie groß ist die Spannung zwischen Achse und Spitze?
3) Ein rechtwinklig-gleichschenkliges Metalldreieck, dessen eine 45°-Ecke aufgeschnitten ist, wird senkrecht von einem Magnetfeld mit $B = 2T$ durchdrungen. Von der offenen Ecke her läuft parallel zur geschlossenen Kathete ein Metallstab mit $v = 10cm/s$. Berechne den Spannungsverlauf an der Ecke.
4) Eine Leiterschleife wird axial und parallel auf eine zweite stromdurchflossene Leiterschleife zugeführt. Diskutiere die Orientierung des induzierten Stromes in der ersten Schleife. Welche Kräfte wirken bei Hin- und Herbewegung, sowie bei Stillstand auf die beiden Schleifen. – Vergleiche mit Stabmagneten.
5) Durch eine Luftspule der Länge l fällt ein Stabmagnet der Länge $< l$. Skizziere Graph von $U_{ind}(t)$.
6) Berechne die Selbstinduktivität L einer Luftspule mit $l = 40cm; n = 1000; d = 15cm$.
7) In der widerstandslosen Spule von Aufg 6) wird der Strom in $\Delta t = 2ms$ von $0A$ auf $2A$ linear hochgefahren. Was geschieht?
8) Nach welcher Zeit erreicht der Einschaltstrom eines RL - Kreises seinen halben Maximalwert?
9) Primär- bzw. sekundärseitig hat ein Transformator $n_1 = 100$ und $n_2 = 500$ Wdg. Beschreibe.
10) Ein ebener, waagerecht liegender Kreisring wird von unten von einem abnehmenden, homogenen magnetischen Feld durchdrungen. Beschreibe den Vorgang. Gib die Orientierung der Feldlinien an.
11) Zeige, dass für den Verschiebungsstrom im Zwischenraum der Kondensatorplatten $I = C \cdot \dot{U}$ gilt.
12) Eine Feldspule mit $l = 1,5m$ und $n_1 = 45000$ Wdg. wird von $I_{err} = 8A$ durchflossen. In ihr liegt parallel eine Spule mit $n_2 = 800$ Wdg. mit $A = 6cm^2$. Wie lange kann man darin $|U_{ind}| = 45mV$ induzieren?
13) In einer Feldspule ($l = 0,2m$, $n_1 = 4000$ Wdg.) wird $I_{err} = 0,5A$ eingeschaltet.
    Eine parallele Induktionsspule ($A = 5cm^2$, $n_2 = 200$ Wdg.) liefert den Spannungsstoß $U \cdot \Delta t = 1mVs$.
    Wieviel Prozent der Flussdichte B wurden von der Induktionsspule nicht erfasst?
14) Wie muss ein Widerstandsdraht gewickelt werden, damit das Bauteil induktionsfrei wird?

Lösungen

1) $\Phi = \pi r^2 B = 2,51 \cdot 10^{-3} Vs$; $I = |U_{ind}| / R = (\Delta\Phi / \Delta t) / R = 0,168A$
2) $|U_{ind}| = \pi r^2 B \cdot n = 4,02V$
3) Überstrichenen Kathete $s = v \cdot t \Rightarrow A(t) = (v \cdot t)^2 / 2 \Rightarrow |U_{ind}| = \dot{\Phi}(t) = B \cdot \dot{A}(t) = v^2 B \cdot t = 0,02 \cdot t$.
4) Das B der 1. Schleife ist inhomogen $\Rightarrow \Phi$ in 2. Schl. ändert sich $\Rightarrow$ entgegen gesetzte Orientierung.
5) Anschwellender Piek, der nach Eintauchen auf null abfällt. Bei Austritt umgekehrtes Vorzeichen.
6) $L = 0,056H$ 7) $U_{ind} = -L \cdot \Delta I / \Delta t = -55,53V$.

8) Aus $1 - e^{-R \cdot t / L} = 0,5 \Rightarrow t = -(L/R) \cdot \ln 0,5$

9) Siehe S.7 / 8 10) Siehe S.3 11) Siehe S.9 12) Flussdichte in Sp1: $B = \mu_0 n_1 \cdot I / l = 0,302T$.
   Fluss in Sp2: $\Phi = A \cdot B = 1,81 \cdot 10^{-4} Vs$. Auf null abregeln: $\Delta t = n_2 (\Phi - 0) / U_{ind} = 3,22s$

13) $B = \mu_0 n_1 \cdot I / l = 12,57mT$, $\Phi = A \cdot B = 6,29 \cdot 10^{-6} Vs$; $U \cdot \Delta t = n_2 (\Phi - 0) = 1,26 \cdot 10^{-3} Vs \Rightarrow 20,4\%$.

14) Z.B. erst hoch wickeln und dann gegenläufig wieder runter wickeln.