

WECHSELSTROM

D) Passschaltungen, Klangregler, Frequenzweiche

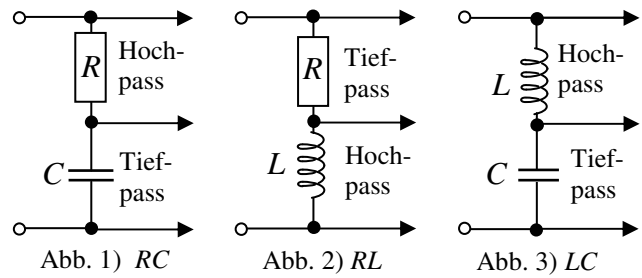
1) Grundbegriffe

Eine *Passschaltung* wirkt als Frequenzweiche, welche das Frequenzspektrum teilt. Die einfachste Realisierung gelingt durch die *Reihenschaltung* von je zwei unserer drei Bauteile $X_R = R$, $X_C = 1/\omega C$, $X_L = \omega L$.

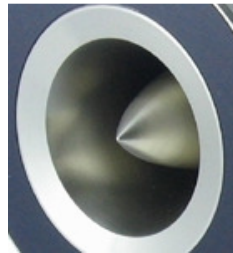
Reihenschaltungen sind Spannungsteiler. Die Aufteilung der eingespeisten Spannung

richtet sich nach den Widerstandswerten von X_R , X_C bzw. X_L . Da X_C und X_L frequenzabhängig sind, erfolgt mit diesen Bauteilen auch eine frequenzabhängige Spannungsteilung.

Daher kann man Passschaltungen als Klangweichen (Frequenzweichen) bzw. als Tonhöhenregler (pitch control) für Musik- und Sprachübertragung zum Ansteuern der Lautsprecher nutzen.



Klangregler, Pitch control



Hochtonlautsprecher



Tieftöner

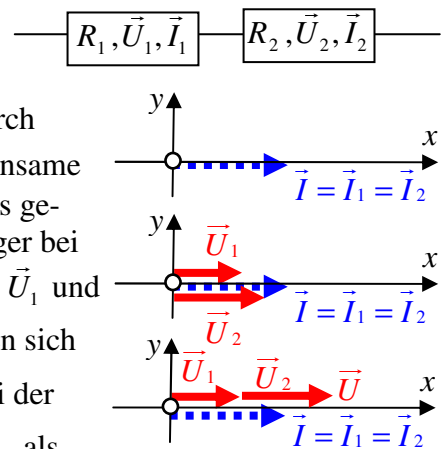
a) Vorübung: Reihenschaltung von zwei Widerständen im Wechselstromkreis.

Bei der Reihenschaltung sind die Ströme durch die beiden Bauteile grundsätzlich *gleich* groß und sie stimmen mit dem Gesamtstrom *überein*. Das gilt bei Wechselstrom genauso wie bei Gleichstrom. Die Wechselgrößen beschreiben wir durch

Zeiger. Die Gleichheit bedeutet daher $\vec{I}_1 = \vec{I}_2 = \vec{I}$. Der gemeinsame Stromzeiger wird (z.B.) auf die *x*-Achse des Zeigerdiagramms gezeichnet. Da der Winkel zwischen Spannungs- und Stromzeiger bei Widerständen 0° beträgt, kommen auch die Spannungszeiger \vec{U}_1 und \vec{U}_2 auf die *x*-Achse. Die Längen der Spannungszeiger ergeben sich

aus dem Ohmschen Gesetz zu $\hat{U}_1 = R_1 \cdot \hat{I}$ und $\hat{U}_2 = R_2 \cdot \hat{I}$. Bei der Reihenschaltung erhält man die Gesamtspannung $\vec{U} = \vec{U}_1 + \vec{U}_2$ als

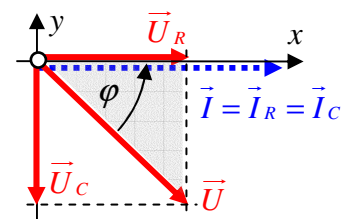
die Summe der Teilspannungen. Weil \vec{U}_1 und \vec{U}_2 in die *gleiche* Richtung zeigen, überträgt sich die Summenbildung auf die Amplituden. Für zwei Widerstände gilt also $\hat{U} = \hat{U}_1 + \hat{U}_2$.



b) RC - Reihenschaltung im Wechselstromkreis.

Auch bei der RC-Reihenschaltung ist der Strom durch beide Bauteile *gleich* dem Gesamtstrom. Deshalb zeichnen wir den gemeinsamen Stromzeiger $\vec{I}_R = \vec{I}_C = \vec{I}$ wieder auf die *x*-Achse. Der Spannungszeiger \vec{U}_R am Widerstand gehört dann, wie oben, ebenfalls auf die *x*-Achse. Am Kondensator eilt der Strom der Spannung jedoch um 90° voraus. Deshalb gehört \vec{U}_C auf die negative *y*-Achse. Die Vektor-

addition für die Gesamtspannung $\vec{U} = \vec{U}_1 + \vec{U}_2$ erfolgt jetzt per „Kräfteparallelogramm“. Der Zeiger von \vec{U} zeigt daher in den 4. Quadranten. Seine Länge $\hat{U}^2 = \hat{U}_R^2 + \hat{U}_C^2$ ergibt sich jetzt durch den Pythagoras. Die Spannungsteilung erfolgt hier also nach *Quadraten* und nicht mehr linear.



Die Gleichung $\vec{I}_1 = \vec{I}_2 = \vec{I}$ überträgt sich auf die Amplituden $\hat{I}_R = \hat{I}_C = \hat{I}$. Damit erhalten wir in $\hat{U}_R = X_R \cdot \hat{I}$ und $\hat{U}_C = X_C \cdot \hat{I}$ das gleiche \hat{I} und können in $\hat{U}^2 = \hat{U}_R^2 + \hat{U}_C^2$ ausklammern: $\hat{U}^2 = \hat{U}_R^2 + \hat{U}_C^2 = (X_R^2 + X_C^2) \cdot \hat{I}^2$. Allgemein ist ein *Widerstand* definiert als Quotient von Spannung durch Strom U/I . Weil in Wechselstromschaltungen außer Ohmschen Widerständen i.A. auch Kapazitäten und Induktivitäten enthalten sind, kann für den „Gesamtwiderstand“ nicht mehr „Widerstand“ gesagt werden. Der neue Name ist „Impedanz“ Z . Also ergibt sich Z aus U/I , doch beim Wechselstrom muss man die *Amplituden* nehmen, also $Z = \hat{U} / \hat{I}$.

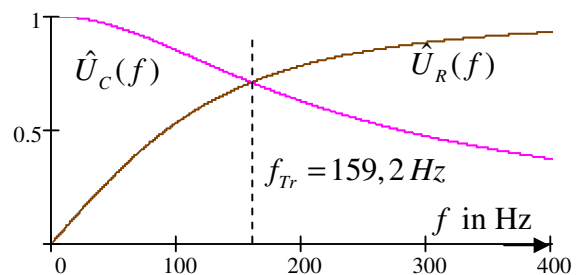
Für die RC -Reihenschaltung folgt dann $Z = \hat{U} / \hat{I} = \sqrt{X_R^2 + X_C^2} = \sqrt{R^2 + 1/(\omega C)^2}$.

Folgende Aufgabe stellt sich: Gegeben ist die Spannungsamplitude \hat{U} und die Frequenz ω . Gesucht sind die Stromamplitude \hat{I} und die Teilspannungen $\hat{U}_R = X_R \cdot \hat{I}$ und $\hat{U}_C = X_C \cdot \hat{I}$.

Lösung: Aus $Z = \hat{U} / \hat{I}$ folgt $\hat{I} = \hat{U} / Z$ und damit $\hat{U}_R = X_R \cdot \hat{U} / Z$ und $\hat{U}_C = X_C \cdot \hat{U} / Z$. Die angelegte Spannung ist also der „Input“ und die Teilspannungen sind der „Output“.

$$\text{Einsetzen ergibt } \hat{U}_R = \frac{\hat{U} \cdot R}{\sqrt{R^2 + 1/(2\pi f \cdot C)^2}} \quad \text{und} \quad \hat{U}_C = \frac{\hat{U} / (2\pi f \cdot C)}{\sqrt{R^2 + 1/(2\pi f \cdot C)^2}}$$

Für $\hat{U} = 1V$, $R = 20\Omega$ und $C = 50\mu F$ erhalten wir nebenstehende Teilspannungsverläufe: Für kleine Frequenzen überwiegt die Teilspannung am Kondensator. Sie wird deshalb an den Basslautsprecher geführt. Für große Frequenzen überwiegt die Teilspannung am Widerstand. Sie wird deshalb an den Hochtön-Lautsprecher geführt.



Die beiden Bereiche werden durch die Trennfrequenz f_{Tr} getrennt. Für f_{Tr} stimmt der Ohmsche Widerstand $X_R = R$ mit dem kapazitiven Widerstand $X_C = 1/\omega C$ übereinstimmen: $R = 1/\omega C$.

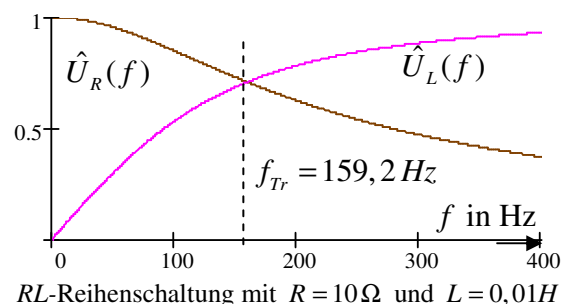
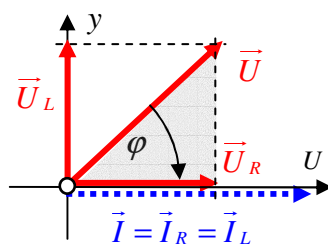
Umstellen nach $\omega = 2\pi f$ ergibt $f_{Tr} = \frac{1}{2\pi \cdot R \cdot C}$. Durch regelbares R bzw. C kann f_{Tr} geändert werden. Z.B. ergibt sich für $R = 20\Omega$ und $C = 50\mu F$ die Trennfrequenz $f_{Tr} = 159,2\text{ Hz}$.

c) RL-Reihenschaltung im Wechselstromkreis.

Zeigerdiagramm und Teilspannungen ergeben hier analog. $Z = \hat{U} / \hat{I} = \sqrt{R^2 + (\omega L)^2}$. Und damit

$$\hat{U}_R = \frac{\hat{U} \cdot R}{\sqrt{R^2 + (2\pi f \cdot L)^2}}; \quad \hat{U}_L = \frac{2\pi f \cdot L \cdot \hat{U}}{\sqrt{R^2 + (2\pi f \cdot L)^2}}. \quad f_{Tr} \text{ folgt aus } X_R = X_L \text{ zu } f_{Tr} = \frac{R}{2\pi \cdot L}$$

Auch die RL -Reihenschaltung kann als Frequenzweiche genutzt werden: Der Basslautsprecher wird an den Widerstand und der Hochtöner an die Spule gelegt.



RL-Reihenschaltung mit $R = 10\Omega$ und $L = 0,01H$

d) LC - Reihenschaltung im Wechselstromkreis. 

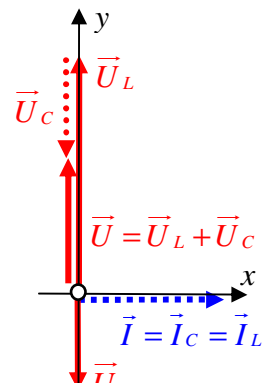
Die LC-Reihenschaltung wird weniger als Frequenzweiche, sondern vielmehr als **Sieb-kette** genutzt. Was ist das? „Siebkette“ bedeutet, dass die Schaltung für eine Frequenz, die Resonanzfrequenz f_{res} , einen sehr kleinen Widerstand besitzt und daher eine Welle mit dieser Frequenz aus dem „Wellensalat“ aller übrigen Wellen heraus „siebt“. Das wird z.B. bei Senderwahl im Radio genutzt.



Senderwahl beim Radio

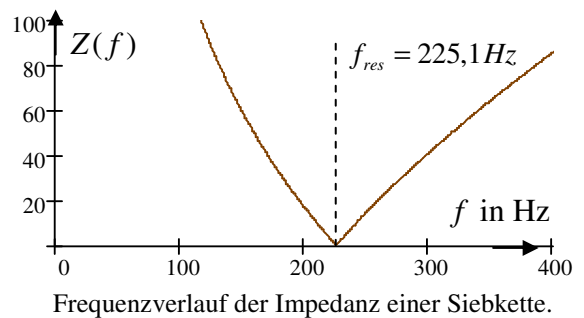
Wie bei jeder Reihenschaltung, so zeichnen wir auch bei der LC-Reihenschaltung den gemeinsamen Stromzeiger $\vec{I} = \vec{I}_C = \vec{I}_L$ auf die x -Achse des Zeigerdiagramms. Am Kondensator eilt der Strom der Spannung um 90° voraus, also kommt \vec{U}_C auf die negative y -Achse.

An der Spule hinkt der Strom der Spannung um 90° nach, also kommt \vec{U}_L auf die positive y -Achse. \vec{U}_C und \vec{U}_L sind diesmal *entgegengerichtet*. Die Vektoraddition führt daher zur *Differenz* der beiden Längen. Diese kann positiv, null oder negativ sein. Da eine Amplitude aber stets ≥ 0 ist, muss der Betrag genommen werden, also gilt $\hat{U} = |\hat{U}_L - \hat{U}_C|$.



Jetzt $\hat{U}_L = X_L \cdot \hat{I}$ und $\hat{U}_C = X_C \cdot \hat{I}$ einsetzen. Ergebnis: $\hat{U} = |X_L - X_C| \cdot \hat{I}$

Damit erhalten wir für die Impedanz Z (für den Gesamtwiderstand) der LC-Reihenschaltung die Formel $Z = \hat{U} / \hat{I} = |\omega L - 1/\omega C|$. Der Graph von $Z(f)$ ist für $L = 0,05 H$ und $C = 10 \mu F$ nebenstehend abgebildet. Der kleinste Wert der Impedanz ist wegen der „idealen“ Spule mit $R = 0$ sogar *null*. Die Nullstelle ergibt sich aus der Forderung $\omega L = 1/\omega C$. Die Frequenz, für welche diese Forderung erfüllt ist, heißt



Frequenzverlauf der Impedanz einer Siebkette.

Resonanzfrequenz ω_{res} bzw. f_{res} .

Umstellen ergibt $\omega_{res}^2 = 1/L \cdot C$ bzw.

$\omega_{res} = \sqrt{1/L \cdot C}$. Beachtet man noch

$\omega = 2\pi f$, so erhält man für die

Resonanzfrequenz die wichtige

Formel
$$f_{Res} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{L \cdot C}}$$



Drehkondensator zur Einstellung der Resonanzfrequenz

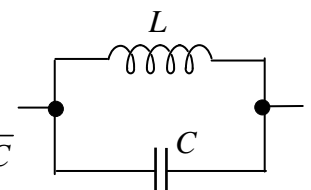


Spule mit ein- und ausdrehbarem Ferritkern zum Einstellen von f_{res}

Die Resonanzfrequenz zur Senderwahl beim Radio lässt sich demnach auf zweierlei Weise einstellen. Entweder enthält das Rundfunkgerät einen Drehkondensator mit variabler Platteneinstellung oder es enthält eine Spule mit variablem Ferritkern.

e) LC - Parallelschaltung

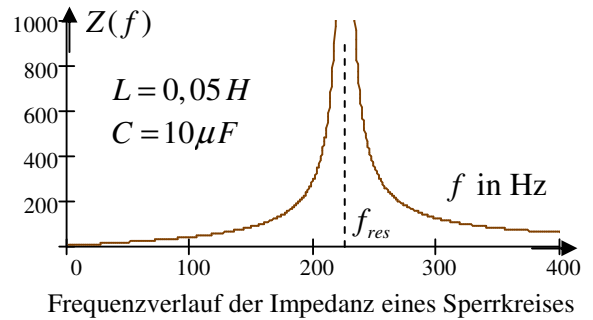
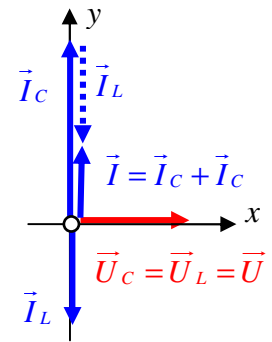
Wir betrachten noch die LC - Parallelschaltung. Die Schaltung bewirkt gerade das Gegenteil von der LC - Reihenschaltung. Während die Impedanz der LC - Reihenschaltung bei der Resonanzfrequenz $\omega_{res} = \sqrt{1/L \cdot C}$ *null* wird, wird die Impedanz der LC - Parallelschaltung bei genau der gleichen Frequenz *unendlich*.



Während die Reihenschaltung also eine Welle mit f_{res} heraussiebt, sperrt die Parallelschaltung eine Welle mit dieser Frequenz. Die Schaltung heißt deshalb auch **Sperrkreis**.

Bei einer Parallelschaltung stimmen die Spannungen überein. Das gilt bei Wechselstrom genauso wie bei Gleichstrom. Deshalb zeichnen wir dieses mal den gemeinsamer Spannungszeiger $\vec{U}_C = \vec{U}_L = \vec{U}$ auf die x -Achse des Zeigerdiagramms. Da der Strom an der Spule der Spannung um 90° nachhinkt, kommt der Stromzeiger \vec{I}_L auf die negative y -Achse. Und weil der Strom am Kondensator der Spannung um 90° vorausleitet, kommt \vec{I}_C auf die positive y -Achse. Dieses mal sind die Ströme entgegen gerichtet. Die Vektoraddition führt daher zur *Differenz* der beiden Längen. Analog zur Siebkette erhalten wir daher $\hat{I} = |\hat{I}_L - \hat{I}_C|$. Die „Ohmschen Gesetze“

lauten jetzt $\hat{I}_L = \hat{U} / X_L$ und $\hat{I}_C = \hat{U} / X_C$. Ausklammern ergibt $\hat{I} = |1/X_L - 1/X_C| \cdot \hat{U}$. Einsetzen von $X_C = 1/\omega C$ und $X_L = \omega L$ ergibt jetzt $Z = \frac{\hat{U}}{\hat{I}} = \frac{1}{|1/\omega L - \omega C|}$.



Die Impedanz $Z(f)$ geht gegen *unendlich*, wenn der Nenner *null* wird. Die Bedingung $1/\omega L = \omega C$ führt auf die gleiche Formel für die Resonanzfrequenz, wie die Bedingung $\omega L = 1/\omega C$ bei der Siebkette. Also gilt auch hier

$$f_{Res} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{L \cdot C}}$$

Sowohl die Siebkette, als auch der Sperrkreis werden in der Rundfunk- und Tontechnik eingesetzt. Mit diesen Schaltungen baut man z.B. auch Frequenzgeneratoren für Synthesizer.

