

Aufgabe: Fullere

Nach der Entdeckung der Quantentheorie gab es zwei große Baustellen.

1) Die *erste* Baustelle war der „Welle-Teilchen-Dualismus“ und der Zufall.

Die Ergebnisse am Doppelspaltversuch wurden anfangs so gedeutet, dass einzelne Photonen je nach Versuchsbedingung einmal *Welle* und das andere mal *Teilchen* seien.

Niels Bohr formulierte ein *Komplementaritätsprinzip*, nach welchem die beiden einander ausschließende Beschreibungsweisen *gleichzeitig gedacht* werden müssen. Weil das keinem „normalen Menschen“ gelingt, sagte man sogar, dass derjenige, der meint die Quantentheorie verstanden zu haben, sie gerade deshalb nicht verstanden hat. Diese Meinung geistert bis heute umher.

Doch heute verstehen wir den „Dualismus“ und den „Zufall“ ohne logischen Widerspruch:

Die Teilchen entstehen als Amplitudensprünge = Quantensprünge eines schwingungsfähigen Feldes. So ergeben sich die Photonen als Amplitudensprünge der elektromagnetischen Welle.

Bei einfarbigem Licht mit der festen Frequenz f sind alle erlaubten Schwingungszustände der Welle energetisch um den gleichen Wert $\Delta W = h \cdot f$ von einander entfernt. Beim Sprung über eine Stufe verbotener Amplituden hinweg, wird daher die Energie $W = h \cdot f$ zu- oder abgeführt.

Weil aber gemäß $W = m \cdot c^2$ nach Einstein Energie und Masse äquivalent sind, wird beim Sprung entsprechend die Masse $m = h \cdot f / c^2$ zu- oder abgeführt wird. Und weil bewegte Masse einen Impuls hat und somit Stöße ausführen und andere Körper „wegschießen“ kann, lässt sich dem Amplitudensprung nicht mehr absprechen, dass er ein „Teilchen“ ist. So kommt das Photon zustande.

Doch wegen ihrer Herkunft als Amplitudensprünge sind alle Photonen der gleichen Welle vollkommen identisch und von einander ununterscheidbar. Deswegen *muss* das örtliche Austreten eines ganzen Schwarms von Photonen der gleichen Welle dem absoluten Zufall unterliegen.

Dominiert beim Würfel eine Zahl, so ist der Würfel gezinkt. Photonen einer Welle hingegen können nicht „gezinkt“ sein. Trifft eines auf, so hätte es mit der gleichen Wahrscheinlichkeit auch stets ein anderes sein können. Der Zufall wird somit nicht nur verständlich, sondern sogar notwendig. Der anfangs unverständliche Zufall pipfelte in Einsteins Aussage „Gott würfelt nicht“.

2) Die *zweite* Baustelle bezieht sich auf den Geltungsbereich der Quantentheorie:

In der Anfangszeit erschien die Quantentheorie für die Welt des Kleinen, also für den Mikrokosmos, unumgänglich zu sein. Nur mit dieser Theorie war das Verhalten von Licht, Elektronen, Atomen und einfachen Molekülen erklärbar. Doch im Makrokosmos, also der Welt des Großen, würde die Quantentheorie zu absurden Aussagen führen. „Schrödingers Katze“ wirft ein Schlaglicht auf diese unsinnigen Resultate: Die Katze müsste sich in einem Überlagerungszustand von tot und lebendig befinden. Wie soll das gehen?

Doch heute „näht“ man sich der „Katze“ experimentell an, auch wenn sie noch recht winzig ist. Der experimentell ermittelte Geltungsbereich der Quantentheorie vergrößert sich stetig und es wird offenbar, dass es keine wirkliche Grenze zwischen Mikro- und Makrokosmos gibt: Riesige Moleküle, bestehend aus sechzig und mehr Kohlenstoffatomen lassen sich zu „Quantenobjekten“ machen. D.h., sie lassen sich so präparieren, dass die Moleküle eines Schwarms ununterscheidbar von einander werden. Experimentell ist das extrem aufwändig: Die Temperatur muss gegen null Kelvin gehen. Andernfalls befinden sich stets einige Moleküle in einem angeregten Zustand. Dann gibt es Unterscheidbarkeit und bei den Übergängen entstehen unerwünschte Photonen.

Auf dem Weg zum Quantencomputer präpariert man alle paar Jahre größere Sätze von Teilchen zu Quantenobjekten. Eine prinzipielle Grenze des Geltungsbereichs der Quantentheorie wurde dabei nicht entdeckt. Doch sind die experimentellen Schwierigkeiten enorm. Auch wenn „alles Quantentheorie ist“, so nimmt unsere Alltagserfahrung das nicht wahr. Aus unserer Wahrnehmungswelt fliegen, z.B. als Wärmestrahlung, permanent Photonen heraus. Doch diese gehören zum Quantensystem dazu. Wir können ihnen nicht nacheilen.

So wird aus der naturgegebenen Ununterscheidbarkeit der Quantenobjekte das, was uns Menschen ausmacht: Unterscheidbarkeit, Individualität und letztlich „Ich“ und „Du“.

Aufgabe, welche die beiden „Baustellen“ behandelt.

Fullerene sind „fußballähnliche“ Moleküle, die aus jeweils 60 Kohlenstoffatomen bestehen. Diese Molekülbälle haben einen Durchmesser von über 1 nm und eine Masse von $m = 1,2 \cdot 10^{-24}\text{ kg}$.

Der Forschungsgruppe Zeilinger an der Universität Wien gelang es 1999 erstmalig, auch für diese Makromoleküle Interferenzerscheinungen nachzuweisen. Sie schossen im Hochvakuum Fullerene mit der Geschwindigkeit $v = (220 \pm 30)\text{ m/s}$ auf einen Doppelspalt mit $b = 9 \cdot 10^{-8}\text{ m}$ Spaltmittenabstand. In $e = 1,25\text{ m}$ Entfernung zum Doppelspalt wurden die auftreffenden Moleküle jeweils von einem Detektor registriert. Die Zählrate in Abhängigkeit vom Detektorort wurde gemessen. Sie ist im unten stehenden Diagramm graphisch dargestellt.



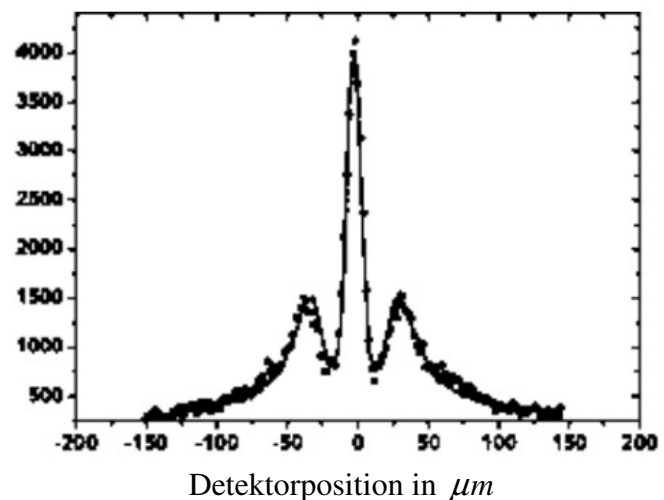
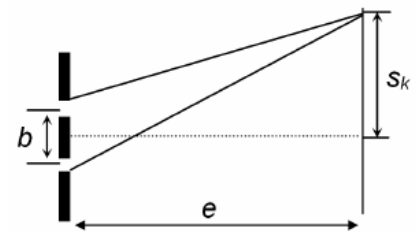
Fulleren-Molekül

Die „Berliner Zeitung“ schrieb dazu in einem Artikel:

„Ein weiteres Kunststück, das Zeilinger beherrscht und in Berlin vorstellen wird, ist das virtuelle Verdoppeln von Teilchen.

Schießt man etwa ein Lichtteilchen auf eine Wand mit zwei Schlitzen, geht das Teilchen gleichzeitig durch beide - und stößt anschließend gewissermaßen auf sich selbst. Auf einem Bildschirm hinter dem Doppelspalt erzeugt das Teilchen dann ein charakteristisches Hell-Dunkel-Muster.

Bei dieser Variante des Torwandschießens haben sich Anton Zeilinger und sein Kollege Markus Arndt vor einigen Jahren auf kleine Fußbälle verlegt: die so genannten Fullerene. Diese Moleküle bestehen aus sechzig Kohlenstoffatomen, die zu einem Fußballgerippe zusammengesetzt sind. Auch sie lassen sich zugleich durch zwei Spalte schießen.“
(28.05.2005).



- Berechne die de-Broglie-Wellenlänge für ein $v = 220\text{ m/s}$ schnelles Fulleren.
[Kontrollergebnis: $\lambda = 2,5 \cdot 10^{-12}\text{ m}$]
- Berechne den Abstand zwischen dem Hauptmaximum und dem ersten Nebenmaximum für das zu erwartende Interferenzmuster im beschriebenen Experiment.
Vergleiche das Ergebnis mit dem abgebildeten Interferenzbild.
Erkläre, warum in den Minima eine deutlich von Null verschiedene Zählrate registriert wird.
- Der Versuch wird so ausgeführt, dass sich jeweils nur ein einzelnes Fulleren-Molekül zwischen dem Doppelspalt und dem Schirm befindet.
Berechne, wie viele Fulleren-Moleküle dann höchstens pro Sekunde registriert werden können.
Beschreibe, welche Beobachtungen unmittelbar und welche nach längerer Zeit zu erwarten sind.
- Erläutere unter Einbeziehung geeigneter Gleichungen, warum es bei einem scharf auf einen Latenzaun geschossenen Tennisball, zu keiner erkennbaren Interferenzerscheinung kommt.
- Bewerte die Qualität des zitierten Zeitungsartikels.

Lösungen

a) Mit $h = 6,626 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$, $m = 1,2 \cdot 10^{-24} \text{ kg}$ und $v = 220 \text{ m/s}$ ergibt sich für die de-Broglie-

$$\text{Wellenlänge gemäß der Formel } \lambda = \frac{h}{m \cdot v} = \underline{\underline{2,51 \cdot 10^{-12} \text{ m}}}.$$

b) Die Formel für das k -te Hauptmaximum an der Stelle s_k lautet

$$s_k = \frac{k \cdot \lambda \cdot \text{Entfernung(Gitter/Schirm)}}{\text{Spaltabstand}} = \frac{k \cdot \lambda \cdot e}{b}. \text{ Mit } e = 1,25 \text{ m Doppelspalt-Schirm Abstand.}$$

$$\text{Für das erste Hauptmaximum mit } k = 1 \text{ folgt dann } s_1 = \frac{1 \cdot \lambda \cdot e}{b} = 34,86 \cdot 10^{-6} \text{ m} = \underline{\underline{34,86 \mu\text{m}}}.$$

Das entspricht dem dargestellten Interferenzbild.

Die Zählrate ist für das Minimum nicht exakt gleich null, weil die Geschwindigkeit der Fulleren bei dem Experiment zwischen $v_{\min} = 190 \text{ m/s}$ und $v_{\max} = 250 \text{ m/s}$ schwankt.

$$\text{Für } v_{\min} \text{ gilt } \lambda_{\min} = \frac{h}{m \cdot v_{\min}} = 2,91 \cdot 10^{-12} \text{ m} \text{ und das erste Maximum liegt bei } s_1 = \frac{\lambda \cdot e}{b} = 40,4 \mu\text{m}.$$

$$\text{Für } v_{\max} \text{ gilt } \lambda_{\max} = \frac{h}{m \cdot v_{\max}} = 2,21 \cdot 10^{-12} \text{ m} \text{ und das erste Maximum liegt bei } s_1 = \frac{\lambda \cdot e}{b} = 30,7 \mu\text{m}.$$

Dadurch verwischt sich auch das Minimum.

c) Bei der Geschwindigkeit $v = 220 \text{ m/s}$ braucht das Molekül für die Strecke $e = 1,25 \text{ m}$, also vom

$$\text{Doppelspalt zum Schirm, die Zeit } \Delta t = \frac{\text{Strecke}}{\text{Geschwindigkeit}} = \frac{e}{v} = 0,00568 \text{ s} = \underline{\underline{5,68 \text{ ms}}}.$$

Folgt nach jedem Aufschlag sofort ein neuer Abschuss, so ist die Aufschlagsfrequenz $f = 1/\Delta t = \underline{\underline{176 \text{ Aufschläge pro Sekunde}}}$.

Unmittelbar beobachtet wird alle $5,7 \text{ ms}$ ein Aufschlag an einem nicht vorhersagbaren Ort auf dem Schirm.

Nach längerer Zeit bildet sich das Interferenzbild aus, welches einer kontinuierlichen Welle entspricht, die durch den Doppelspalt mit den beiden Löchern läuft.

d) Erstens: Die Tennisbälle können nicht zu ununterscheidbaren Quantenobjekten präpariert werden. Zweitens: Wenn das doch ginge, so betrachte als Beispiel Tennisbälle der Masse $m = 0,1 \text{ kg}$, die mit der Geschwindigkeit $v = 162 \text{ km/h} = 45 \text{ m/s}$ auf den Lattenzaun geschossen werden.

$$\text{Die de-Broglie-Wellenlänge der Bälle ist dann } \lambda = \frac{h}{m \cdot v} = 1,47 \cdot 10^{-34} \text{ m}.$$

Ist der Lochabstand zwischen den Latten z.B. $b = 10 \text{ cm}$ und die Wand dahinter $e = 5 \text{ m}$ entfernt, so liegt das erste Interferenzmaximum bei $s_1 = \frac{1 \cdot \lambda \cdot e}{b} = 7,36 \cdot 10^{-33} \text{ m}$. Das ist nicht beobachtbar.

e) Die mitgeteilte Sensation des Zeitungsartikels gilt dem *Geltungsbereich*. Der Inhalt entspricht den überholten Ansichten der Frühjahre. Damals konnte man Quantenobjekte beim Doppelspalt noch nicht einzeln dosiert abschießen und sah immer gleich das ganze Interferenzbild. Da z.B. Elektronen Teilchen „sind“ und sie im Interferenzbild scheinbar als Welle auftreten, wurde der *Welle-Teilchen-Dualismus* formuliert. Heute weiß man, dass ein einzelnes Quantenobjekt nur *einen* Einschlagspunkt und kein ganzes Interferenzbild erzeugt. Dieses baut sich erst schrittweise auf. Die Welle läuft durch beide Spalte und interferiert dahinter. Ein Photon ist ein Quantensprung. Über seinen Ort lässt sich nichts sagen, weil es ununterscheidbar auch stets am Ort jedes anderen Photons sein könnte. Ehe es nicht aufschlägt, weiß man nichts. Die Wahrscheinlichkeit in einem Zähler aufzuschlagen, ist gleich dem Quadrat der Wellenfunktion dort, multipliziert mit der Zählerfläche.

