Aufgaben Quanten 2

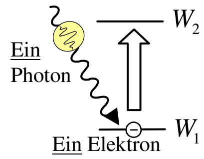
1) Rechne nach, dass $1/\sqrt{\varepsilon_0 \cdot \mu_0}$ tatsächlich die Lichtgeschwindigkeit $c \approx 3 \cdot 10^8\, m/s$ ergibt.
2) Erkläre, warum die Lichtgeschwindigkeit im Vakuum unabhängig von f ist.
3) In einem optischen Medium, wie z.B. Glas, sind die relativen Werte ε_r und μ_r größer als 1. Erkläre, inwiefern das ein Argument für Huygens und gegen Newton ist.
4) Die Naturkonstanten ε_0 und μ_0 werden in einem stillstehenden Labor gemessen. „Stillstehen" und „Gleichförmig gradlinig bewegt" ist aber gemäß Trägheitsgesetz durch kein Experiment unterscheidbar. Also ergibt die Messung von ε_0 und μ_0 im gleichförmig gradlinig dahin fahrenden Wagen genau die gleichen Werte wie im stillstehenden Labor.
   Was bedeutet das für die Lichtgeschwindigkeit? Was sagt Einstein dazu?
5) Führe aus, warum die Intensität einer EM-Welle im Vakuum nur von der Amplitude, nicht aber von der Frequenz des Lichtes abhängt.
6) Benenne die beiden Typen von Sendeantenne.
7) Benenne, warum eine EM-Welle eine „Sendeantenne" benötigt.
8) Erkläre das Zustandekommen von Mikrowellen am Beispiel des Wassermoleküls.
9) Benenne, wie das sichtbare Licht zustande kommt.
10) Erkläre die Abstrahlung der EM-Welle von einer Stabantenne und erläutere, wieso die beiden Feldstärken im Fernbereich in Phase und nicht um 90° versetzt sind.
11) Veranschauliche die Ausbreitungseigenschaften der EM-Welle mit der Drei-Finger-Regel.
12) Erkläre mit der Drei-Finger-Regel und der Lorentzkraft, inwiefern die EM-Welle einen Strahlungsdruck ausübt.

Aufgaben Quanten 3

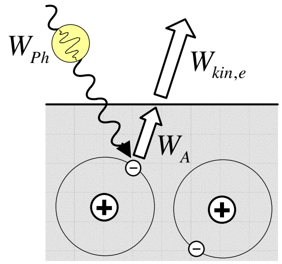
1) Erläutere, was man unter „Strahlungsintensität" versteht.
2) Wiederhole die Begründung dafür, dass die Strahlungsintensität der elektromagnetischen Welle nur von der Amplitude und nicht von der Frequenz abhängt.
3) Benenne die Entsprechungen von Amplitude und Frequenz beim Licht.
4) Benenne, wann man Sonnenbrand bekommt und wann nicht.
5) Erläutere das Phänomen der „Röntgenkante" bei der Erzeugung von Röntgenlicht.
6) Stelle dar, was ein Schwarzer Strahler ist und wie es zur „UV- Katastrophe" kommt.
7) a) Beschreibe das historische Hallwachsexperiment und die ersten Ergebnisse.
   b) Skizziere und beschreibe die Kurzschlussschaltung und die offene Schaltung.
   Benenne die jeweiligen Messgrößen und die daraus abgeleiteten Ergebnisgrößen.
   c) Skizziere die vier Messkurven und benenne die Details.

Aufgabe Quanten 4

Aufgabe 1: Erkläre alle Hallwachs-Experimente.
Hilfe:



Beim *Photoeffekt* gilt das $\boxed{\text{Eins zu Eins-Prinzip}}$:
Ein Photon kann seine Energie *nur* auf ein *einzelnes* Elektron übertragen. Dabei wird vollständig absorbiert. Das Photon kann sich *nicht teilen*.



Licht der Frequenz f besteht aus Photonen der Energie $W_{Ph} = h \cdot f$. Fällt ein Photon auf ein Elektron, so überträgt es seine Energie vollständig auf dieses und hört damit auf zu existieren. Je nach dem Wert von W_{Ph} springt das Elektron auf eine höhere Schale oder es verlässt das Metall und tritt an die Oberfläche. Ist W_{Ph} sogar größer als die Ablösearbeit W_A , so steht die restliche Energie als kinetische Energie zur Verfügung.

Daraus folgt die Bilanzgleichung $W_{Ph} = W_A + W_{kin,e}$. Umstellen ergibt $W_{kin,e} = h \cdot f - W_A$.
Das ergibt im Diagramm mit f auf der x-Achse und W_{kin} auf der y-Achse eine Geradengleichung mit dem y-Achsenabschnitt $-W_A$ und der Steigung h. Erkläre dies!

Aufgabe 2: Erkläre die Röntgenkante.
Hilfe:
Die Maximalfrequenz der Röntgenstrahlung ist direkt proportional zum Wert der Beschleunigungsspannung U . Es gilt $f_{max} = e \cdot U / h$. Erkläre dies!

Aufgabe 3: Erkläre den Strahlungsdruck.
Hilfe:
Druck ist Kraft durch Fläche, also $\text{Druck} = F / \Delta A$.
Kraft ist Masse mal Beschleunigung. Beschleunigung ist Geschwindigkeitsänderung pro Zeit.
Weil Impuls = Masse mal Geschwindigkeit ist, ist Kraft = Impulsänderung pro Zeit.
Also $F = \Delta p / \Delta t$. Damit haben wir Druck = Impulsänderung pro Zeit und Fläche.
Also $\text{Druck} = \Delta p / \Delta t \cdot \Delta A$. Die Impulsänderung Δp wird durch die Photonen geliefert.

Jedes von ihnen überträgt den Impuls $m \cdot c = \frac{h \cdot f}{c^{\cancel{2}}} \cdot \cancel{c} = \frac{h \cdot f}{c}$.

Frage: Wieviele „grüne“ Photonen braucht man pro Sekunde für einen Druck von $1 \mu Pa$ = 1 mikroPascal?

Aufgabe Quanten 6

Aufgaben

1) Ein Laser der Leistung $P = 1\,mW$ emittiert Licht mit $\lambda = 633\,nm$

a) Berechne die Photonenenergie W_{Ph} in *J* und in *eV*. Wie hängen W_{Ph} und *P* zusammen?

b) Bestimme die Anzahl *n* der emittierten Photonen pro Sek. Wie hängt *n* mit λ und *f* zusammen?

c) Für Cäsium gilt $W_A = 1{,}94\,eV$ Berechne die Grenzfrequenz f_{Grenz} und λ_{Grenz}. .

d) Das Laserlicht trifft eine Fotozelle mit Cäsium. Berechne die Fotospannung der offene Schaltung. Wo groß ist v_{max} der emittierten Elektronen? Wie groß ist I_{max} in der Kurzschlussschaltung? Warum ist der Fotostrom in der Praxis deutlich kleiner?

2) Eine UV-Lampe sendet Licht mit $\lambda = 254\,nm$ und $P = 50\,mW$ pro m^2 aus. Das Licht fällt durch eine kreisförmige Blende mit $d = 1\,cm$ auf eine Fotozelle aus Zink. Die offene Schaltung liefert die Photospannung von $U_{Photo} = 621\,mV$. Berechne W_A in *J* und in *eV* sowie f_{Grenz}. Welches λ darf das Licht höchstens haben, um Elektronen auszulösen? Wie ändert sich U_{Photo}, wenn der Blendendurchmesser *d* verdoppelt wird? Wie groß wäre U_{Photo}, wenn statt des UV-Lichts das Laserlicht mit $\lambda = 633\,nm$ verwendet würde?

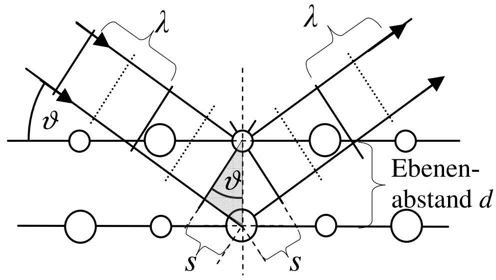
3) Eine Fotozelle liefert bei $\lambda_1 = 600\,nm$ die Photospannung $U_1 = 710\,mV$ und bei $\lambda_2 = 500\,nm$ die Photospannung $U_2 = 1{,}12\,V$. Bestimme daraus h und W_A. Zeichne einen geeigneten Graphen.

4) Bei einer Röntgenröhre hängt die kurzwellige Grenze λ_{min} von der Anodenspannung ab.

Rechne auf Frequenzen um und ermittele mithilfe der Messwerte die Funktionsgleichung $f_{max}(U)$. Überlege, wie sich daraus das Planck'sche Wirkungsquantum *h* ermitteln lässt. Berechne den Wert.

U_A in kV	45	40	35	30
λ_{min} in pm	62	70	80	93
f_{max} in $10^{18}\,Hz$				

5) Berechne die De Broglie-Wellenlänge λ eines Elektrons, das mit $U_A = 320\,V$ beschleunigt wird.
Bei der Bragg-Reflexion wird die Materiewelle des Elektrons auf ein Kristallgitter gestrahlt. Durch Interferenz tritt dann nur unter bestimmte Winkel Verstärkung auf. Diese Winkel nennt man *Glanzwinkel*. Der erste Glanzwinkel erfüllt die Gleichung $2 \cdot d \cdot \sin\vartheta = \lambda$. Dabei ist λ die De Broglie-Wellenlänge und d die Gitterkonstante des verwendeten Kristalls.
Berechne den Abstand der Kritallgitterebenen *d* eines NaCl-Kristalls, wenn der erste Glanzwinkel für $U_A = 320\,V$ bei $\vartheta = 6{,}5°$ auftritt.



LÖSUNGEN

A) Lösungen von Quanten 2

1) $1/\sqrt{\varepsilon_0 \cdot \mu_0} = 1/\sqrt{\left(8{,}85 \cdot 10^{-12} A \cdot s / V \cdot m\right) \cdot \left(1.257 \cdot 10^{-6} V \cdot s / A \cdot m\right)} = 2{,}9982 \cdot 10^8 m/s$
2) Licht läuft grundsätzlich mit Lichtgeschwindigkeit.
3) Wegen $c_{Medium} / c_{Vakuum} = 1/\sqrt{\varepsilon_r \cdot \mu_r} < 1$
4) Weil die Lichtgeschw. beide Male gleich ist, gilt das „normale" Additionsgesetz der Geschw. nicht mehr. Das Gesetz von der Konstanz der Lichtgeschw. ist so Ausgangspunkt der RTh.
5) Bei der Seilwelle wird die Masse des Seiles bewegt, bei der Schallwelle die Masse der Luftpartikel. Bei jeder mechanischen Welle wird Masse bewegt. Die EM-Welle durchläuft das Vakuum. Eine Masse wird durch die EM-Welle nicht bewegt. Daher ist nur die „Auslenkung" nicht aber die Frequenz relevant.
6) Stabantenne mit linearer Beschl. der Ldgträger. Kreisbew. mit Radialbeschl. der Ldgträger.
7) EM-Wellen entstehen nur durch beschl. Bewegung von Ladungen. Das erfolgt in der Antenne.
8) Chem. Bindungen sind nicht starr, sondern elastisch. Daher sind Moleküle schwingungsfähige Gebilde. Die Knickschwingung des polarisierten H_2O hat Mikrowellenfrequenz.
9) Die Frequenz des sichtbaren Lichtes entspricht etwa der Umlauffrequenz der Elektronen in den Atomen. Daher sind die Atome die „Sendeantennen" des sichtbaren Lichtes.
10) Siehe Abschnitt c)
11) Siehe Abschnitt c)
12) Siehe Abschnitt g)

B) Lösungen von Quanten 3

1) Intensität I ist die pro Zeit Δt und Fläche ΔA übertragene Energie ΔW. $I = \Delta W / \left(\Delta t \cdot \Delta A\right)$
2) Siehe Arbeitsblatt Quanten 2.
3) Amplitude = Maximalwert der elektrischen Feldstärke $\hat{E}$. Frequenz $f = 1/T$ ist die Schwingungsanzahl pro Sekunde, sie entspricht der Farbe des Lichtes.
4) Sonnenbrand bekommt man durch UV-Licht, also von Licht dessen Frequenz höher als die des sichtbaren Lichtes.
5) Röntgenstrahlung wird u.a. bei verschiedenen kosmischen Prozessen erzeugt.
   Hier geht es um die Erzeugung von Röntgenstrahlen in der Beschleunigungsröhre (Röntgenröhre), bei welcher Elektronen durch eine Hochspannung U stark beschleunigt werden. Jetzt kann sich dreierlei ereignen: a) Beim „inelastischen" Stoß übertragen die Elektronen ihre Energie auf des Kristallgitter des Anodenmaterials, sodass sich dieses stark erwärmt. b) Der „charakteristische" Stoß ist ein „elastischer" Stoß: Die kinetische Energie der Elektronen verwandelt sich in den „charakteristischen" Anteil der Röntgenstrahlung, welcher nach der Anregung von Elektronen innerer Schalen der Atome des Anodenmaterials bei der Rekombination zustande kommt. Die charakteristische Strahlung ist ein „Fingerabdruck" der Anodenatome. Der frequenzhöchste charakteristische Pik entsteht durch die Anregung der innersten Elektronen der K-Schale. Die charakteristische Strahlung hat also einen Höchstwert. c) Auch die „Bremsstrahlung" entsteht durch einen „elastischen" Stoß. Nach klassischer Vorstellung übertragen die Elektronen ihre Energie bei einer Radialbeschleunigung um einen Atomkern auf EM-Wellen. Wenn die Atomkerne punktförmig wären, sollten extrem enge Kernumläufe möglich sein, die zur Abstrahlung unbegrenzt hoher Frequenzen führen. Die Frequenz der EM-Strahlung hängt nach klassischer Vorstellung nämlich nur von Umlaufradius und nicht von der Energie der Elektronen ab. Die Elektronenenergie überträgt sich nach klassischer Vorstellung auf die Amplitude der EM-Welle.
   Tatsächlich gibt es aber eine Frequenzobergrenze des Bremsstrahlungsanteils der Röntgenstrahlung. Diese Obergrenze heißt „Röntgenkante". Sie folgt aus der Quantisierung der EM-Welle in Photonen. Nach dem Eins-zu-Eins-Prinzip überträgt ein Elektron seine kinetische Energie

$W_{kin} = ½ \cdot m \cdot v^2 = W_{el} = e \cdot U$ auf ein Photon der Energie $W_{Ph} = h \cdot f$. Aus der Gleichung $h \cdot f = e \cdot U$ folgt für die Frequenzobergrenze die Frequenz $f_{max} = e \cdot U / h$.

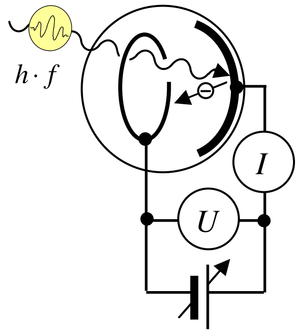
Frage: Warum hat die Bremsstrahlung nicht ausschließlich die Frequenz f_{max}?

Antwort: Viele Elektronen wurde zuvor im Anodenmaterial inelastisch teilabgebremst.

6) Siehe Manuskript.

7) a) Hallwachs bestrahlte eine blank geputzte, negativ aufgeladene Zinkplatte mit UV-Licht. Ein Elektrometer zeigte dann eine Entladung. Größere Helligkeit des Lichtes beschleunigte die Entladung im Fall von UV-Licht. Bei positiver Aufladung und bei Ausblendung des UV-Anteils blieb die Entladung selbst bei größter Helligkeit aus.

b) Kurzschlussschaltung und die offene Schaltung: Siehe Manuskript. Zusätzlich gib es die <u>Gegenfeldmethode</u> als Kombination von Kurzschlussschaltung und offener Schaltung: Über eine regelbare Spannungsquelle wird ein Gegenfeld mit einer Spannung U so eingestellt, dass der Strom I *gerade* auf <u>null</u> abfällt.
Für diese Einstellung gilt wie oben $e \cdot U = W_{kin,el}$, so dass alle weiteren Überlegungen mit den nachfolgenden übereinstimmen.



Messgrößen:
<u>Licht</u>: Farbe bzw. *Frequenz* f des Lichtes und Helligkeit bzw. *Intensität* I des Lichtes
<u>Elektronen</u>: *Stromstärke* I bzw. Anzahl n und Geschw. bzw, *kinetische Energie* W_{kin}.

c) <u>Lichtquantenhypothese:</u>
Ein <u>Licht</u>strahl der Intensität I überträgt auf die Fläche ΔA pro Zeit Δt die Energie $W = I \cdot \Delta A \cdot \Delta t$. Das Licht besteht aus einer Anzahl n von Energiequanten = Photonen, welche bei einer Lichtfrequenz f jeweils die Energie $W_{ph} = h \cdot f$ besitzen.

Dabei ist $h = 6{,}626 \cdot 10^{-34} J \cdot s$ das Plancksche Wirkungsquantum.

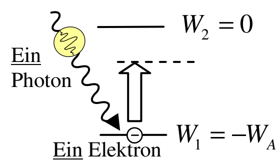
Eine Lichtwelle der Intensität I „schießt" also pro Zeit Δt auf die Fläche ΔA die Anzahl von $n = I \cdot \Delta A \cdot \Delta t / h \cdot f$ einzelnen Photonen. Bei $I = const$ ist $n \sim 1/f$.

<u>Elektronen:</u> Metall ist ein elektrischer Leiter. Die *Leitungs*elektronen sind am schwächsten gebundenen. Diese werden in unseren Versuchen abgelöst. Jedes Metall hat eine charakteristisch Ablösearbeit W_A für die Leitungselektronen.

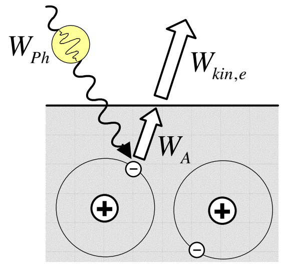
Das <u>Eins-zu-Eins-Prinzip</u> beschreibt die Wechselwirkung zwischen Photon und Elektron: Ein Photon kann sich nicht aufspalten. Ein Photon überträgt stets seine ganze Energie auf ein Elektron. Bei der Bremsstrahlung des Röntgenlichtes gilt das Prinzip ebenfalls, nur im „Rückwärtsgang": *Ein* Elektron erzeugt mit seiner kinetischen Energie *ein* Photon

<u>Die offene Schaltung misst die kin. Energie der emittierten Elektronen aber nicht ihre Anzahl.</u>

<u>Abb.1)</u> Bei Bestrahlung mit Licht der Frequenz $f < f_{Gr}$ bleibt die Spannung U unabhängig von der Helligkeit <u>null</u>. Unabhängig von der Helligkeit wächst U für $f > f_{Gr}$ mit zunehmender Frequenz f des Lichtes <u>linear</u> an. Bei extrem schwacher Helligkeit bewegt sich der Zeiger des Voltmeters nur schleppend in die Endstellung.



Erklärung: Ist $W_{ph} = h \cdot f < W_A$, so reicht die Energie der einzelnen Photonen nicht, um ein Elektron abzulösen. Die Photoemission bleibt aus.
Für $f_{Grenz} = W_A / h$ werden Elektronen abgelöst, doch ihre kinetische Energie ist noch null. Sie können noch nicht von **M** nach **R** gelangen.
Für $f > f_{Grenz} = W_A / h$ reicht die Energie der einzelnen Photonen für Ablösung. Der Rest wird zu kinetischer Energie. Es gilt $W_{ph} = W_A + W_{kin}$



bzw. $W_{kin} = W_{ph} - W_A$ bzw. $\boxed{W_{kin} = h \cdot f - W_A}$. Bei der offenen Schaltung wird **R** aufgeladen, die kinetische Energie wird zu potentieller Energie. Einsetzen von $W_{kin} = U \cdot e$ liefert

$U \cdot e = h \cdot f - W_A$ bzw. $\boxed{U = \frac{h}{e} \cdot f - \frac{W_A}{e}}$ Dies ist die gemessene Spannungskurve $U = U(f)$.

Wichtig: Alle Geraden haben die gleiche *Steigung* = $\frac{h}{e} = 3{,}49 \cdot 10^{-15}\, V \cdot s$. Sie sind **parallel**.

Die „*y* - Achsenabschnitte“ $\frac{W_A}{e}$ hängen vom Metall ab.

Beispiel Cäsium: $W_A = 3{,}1 \cdot 10^{-19}\, J$. $W_A / e = 3{,}1 \cdot 10^{-19}\, J / 1{,}6 \cdot 10^{-19}\, C = \underline{\underline{1{,}937\, V}}$

$f_G = W_A / h = 3{,}1 \cdot 10^{-19}\, J / 6{,}626 \cdot 10^{-34}\, J \cdot s = \underline{\underline{4{,}68 \cdot 10^{14}\, Hz}}$

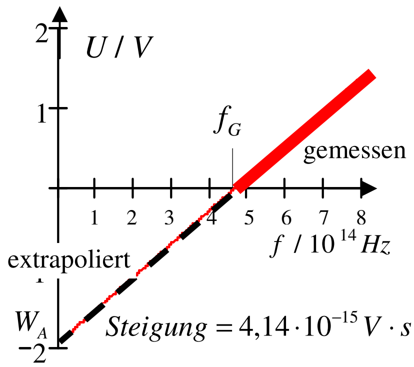


Abb. 1: Messen $U = U(f)$

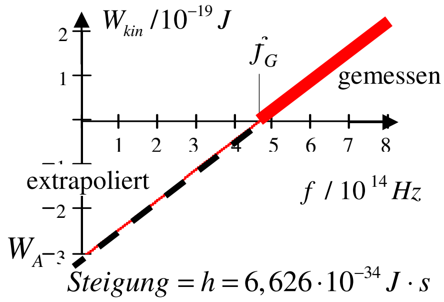
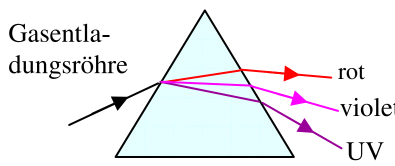


Abb. 2 Umrechnen: $W_{kin}(f) = U(f) \cdot e$

Beispiel

Cäsium	Farbe	tiefrot	rot	gelb	grün	blaugrün	blau	violett
gemessen	f / 10^{14} Hz	4,62	4,84	5,17	5,45	6,12	6,82	7,50
gemessen	Spannung U	0	0,06	0,2	0,35	0,59	0,91	1,13
errechnet	$W_{kin,e} = U \cdot e$ in $10^{-19}\, J$	0	0,10	0,32	0,56	0,94	1,46	1,81

Mit der *offenen* Schaltung oder der *Gegenfeldmethode* wird die Spannung U als Funktion der Lichtfrequenz f gemessen. Die verschiedenen Frequenzen werden mit einem Prisma aus dem Licht einer Gasentladungsröhre heraus „gebrochen“. Für Licht unter tiefrot ist $U = 0$. Ab der Grenzfrequenz $f_G = 4{,}68 \cdot 10^{14}\, Hz$ steigt die Spannung linear mit f an. In Abb.1 ist der Graph der Messwerte von



$U(f)$ gezeichnet. Die Messgerade bis zur „*y*-Achse“ extrapolieren ergibt $U = 1{,}63\, V$. Man muss den Graphen $U(f)$ nicht zeichnen, sondern kann die *U*-Werte mit der Elementarladung *e* multiplizieren und erhält so den interessanteren Graphen $W_{kin}(f)$. Der Vorteil: Die Nullstelle $f_G = 4{,}68 \cdot 10^{14}\, Hz$ auf der „x-Achse“ bleibt gleich. Aber der „*y* –Achsenabschnitt“ der extrapolierten Gerade liefert direkt die *Ablösearbeit* W_A. Ablesen ergibt $W_A = 3{,}1 \cdot 10^{-19}\, J$. Die *Steigung* der Gerade folgt aus: $m = \frac{\Delta W_{kin,e}}{\Delta f} = \frac{(1{,}81 - 0{,}10) \cdot 10^{-19}\, J}{(7{,}50 - 4{,}84) \cdot 10^{14}\, Hz}$

ausrechnen ergibt $m = \underline{\underline{6{,}43 \cdot 10^{-34}\, J \cdot s \approx h}}$. Das ist der Messwert für *h*.

Abb.2). Für $f > f_{Gr}$ tritt Photoemission ein. Bei festem f ist die kinetische Energie W_{kin} der emittierten Elektronen *unabhängig* von I. Bei größerer Intensität werden mehr Elektronen pro Zeit ausgelöst, so dass die Aufladung des Ringes schnell erfolgt der der Zeiger des

Voltmeters schneller seine Endstellung erreicht. Da aber bei festem f jedes Elektron die gleiche kinetische Energie erhält und $U = W_{kin} / e$ gilt, hängen U bzw. W_{kin} nicht von I ab.

<u>Kurzschlussschltg misst die Anzahl der emittierten Elektronen, nicht aber ihre kin. Energie.</u>
Die Stärke des Photostromes liefert die Anzahl der emittierten Elektronen.

<u>Abb.3).</u> Ab $f > f_G$ setzt die Photoemission ein. Bei fester Intensität I überträgt die Lichtwelle auf die Fläche ΔA pro Zeit Δt die Anzahl $\boxed{n = I \cdot \Delta A \cdot \Delta t / h \cdot f}$ von Photonen. Wegen $I = const$ ist n also *anti*proportional zu f. Also $n \sim 1/f$. Also übertragen immer weniger energiereichere Photonen die gleiche Gesamtenergie. Die höhere kin. Energie der einzelnen emittierten Elektronen sielt aber keine Rolle. Ob schnell oder langsam, alle werden von der Ringelektrode **R** aufgefangen und nach **M** zurückgeleitet. Daher fällt die Stromkurve ab $f > f_G$ längs einer Hyperbel.

<u>Abb.4)</u> Ab $f > f_G$ setzt Photoemission ein. Für festes f steigt gemäß $n = I \cdot \Delta A \cdot \Delta t / h \cdot f$ die Anzahl n proportional mit der Intensität. Also steigt auch der Photostrom prop. zu *I.* Für größeres f ist die Steigung der Gerade *geringer*, weil ein Lichtstrahl gleicher Intensität bei größerem f weniger Photonen enthält.

C) Lösungen von $\boxed{\text{Quanten 4}}$

1) Hallwachs-Experimente: Siehe oben
2) Röntgenkante: Siehe oben
3) Strahlungsdruck:

Die Wellenlänge von grünem Licht beträgt etwa $\lambda = 550\,nm = 550 \cdot 10^{-9}\,m$.

Jedes einzelne Photon überträgt den Impuls $p_{Ph} = m \cdot c = \dfrac{h \cdot f}{c}$.

Wegen $\lambda = \dfrac{c}{f}$ gilt auch $p_{Ph} = m \cdot c = \dfrac{h}{\lambda}$. Folgt $p_{Ph} = 1{,}2 \cdot 10^{-27}\,\dfrac{kg \cdot m}{s}$.

Der Druck soll $p = 10^{-6}\,Pa = 10^{-6}\,\dfrac{N}{m^2} = 10^{-6}\,\dfrac{kg \cdot m / s^2}{m^2} = 10^{-6}\,\dfrac{kg}{m \cdot s^2}$ betragen.

Für die Anzahl n der Photonen gilt $\boxed{n \cdot p_{Ph} = p \cdot \Delta A \cdot \Delta t}$.

Auf $\Delta A = 1m^2$ müssen dann pro $\Delta t = 1s$ die Anzahl

$$n = \frac{p \cdot \Delta A \cdot \Delta t}{p_{Ph}} = \frac{10^{-6}\,\dfrac{kg}{m \cdot s^2} \cdot 1m^2 \cdot 1s}{1{,}2 \cdot 10^{-27}\,\dfrac{kg \cdot m}{s}} = 8{,}3 \cdot 10^{20}\,\frac{10^{-6}\,\dfrac{kg \cdot m^{\cancel{2}} \cdot \cancel{s}}{\cancel{m} \cdot s^{\cancel{2}}}}{1{,}2 \cdot 10^{-27}\,\dfrac{kg \cdot m}{s}} = \underline{\underline{8{,}3 \cdot 10^{20}}}$$

„grüne“ Photonen fallen, um den Druck $p = 1\,\mu Pa$ zu bewirken.

D) $\boxed{\text{Quanten 5}}$ keine Aufgaben.

E) $\boxed{\text{Quanten 6}}$

6) Ein Laser der Leistung $P = 1\,mW$ emittiert Licht mit

a) Die Energie eines Photons aus einem Lichtstrahl der Wellenlänge $\lambda = 633\,nm$ beträgt

$W_{Ph} = h \cdot f = h \cdot \dfrac{c}{\lambda} = \underline{\underline{3{,}14 \cdot 10^{-19}\,J}}$.

„Elektronenvolt eV“ ist eine andere Maßeinheit für die Energie. Es ist diejenige Energie, die ein Elektron beim Durchlaufen von $U = 1V$ gewinnt. Der Umrechnungsfaktor zwischen *Joule* und *Elektronenvolt* ist durch die <u>Maßzahl</u> (ohne Maßeinheit) der Elementarladung *e* gegeben:

$\boxed{1eV = 1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 1J}$. $\boxed{1J = 1eV / 1{,}6 \cdot 10^{-19}}$ Beispiele:

Geg. ist die Energie in eV. Ges. in J. $2GeV = 2 \cdot 10^9 eV = 1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 2 \cdot 10^9 = 3{,}2 \cdot 10^{-10} J$

Geg. ist die Energie in J. Ges. in eV. $2{,}4J = 2{,}4 / 1{,}6 \cdot 10^{-19} eV = 1{,}5 \cdot 10^{19} eV$

Aufgabe: $W_{Ph} = 3{,}14 \cdot 10^{-19} J = 3{,}14 \cdot 10^{-19} / 1{,}6 \cdot 10^{-19} eV = \underline{\underline{1{,}963 eV}}$

Zusammenhang: Leistung P ist *Arbeit* pro *Zeit*, also $P = \Delta W / \Delta t$.
Bei der Lichtleistung P schlagen auf einem Flächenstück während der Zeit Δt die Anzahl $n = P \cdot \Delta t / W_{Ph}$ Photonen auf.

b) Bei $P = 1mW$ wurden pro Sek. $n = P \cdot \Delta t / W_{Ph} = \dfrac{10^{-3} J/s \cdot 1s}{3{,}14 \cdot 10^{-19} J} = \underline{\underline{3{,}184 \cdot 10^{15}}}$ Photonen emittiert.

Zusammenhänge $n \cdot h \cdot f = W = P \cdot \Delta t$., $c = \lambda \cdot f$

c) Umrechnen in *Joule* : $W_A = 1{,}94 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19} = 3{,}104 \cdot 10^{-19} J$.

Die kin. Energie der durch Photoemission ausgelösten Elektronen ist $\boxed{W_{kin} = h \cdot f - W_A}$.

Die Grenzfrequenz f_G ist diejenige Frequenz, bei welcher die Emission gerade einsetzt.

Für f_G gilt also $0 = h \cdot f_G - W_A$. Daraus folgt $\boxed{f_G = W_A / h}$.

$f_G = \dfrac{3{,}104 \cdot 10^{-19} J}{6{,}626 \cdot 10^{-34} J \cdot s} = 4{,}685 \cdot 10^{14} \dfrac{1}{s} = \underline{\underline{4{,}685 \cdot 10^{14} Hz}}$. $\lambda_G = c / f_G = \underline{\underline{640{,}4 nm}}$.

d) Die Elektronen werden mit der kinetischen Energie $W_{kin} = h \cdot f - W_A$ emittiert. Bei der offenen Schaltung baut sich dann zwischen dem Metall **M** und dem Auffangring **R** eine Spannung gemäß $U \cdot e = W_{kin}$ auf. Damit hat die Fotospannung für Licht der Frequenz f den Wert

$U = \dfrac{h}{e} \cdot f - \dfrac{W_A}{e}$ bzw. $U = \dfrac{h}{e} \cdot \dfrac{c}{\lambda} - \dfrac{W_A}{e} = \dfrac{6{,}626 \cdot 10^{-34} J\,s}{1{,}6 \cdot 10^{-19} C} \cdot \dfrac{3 \cdot 10^8 m/s}{633 \cdot 10^9 m} - \dfrac{3{,}14 \cdot 10^{-19} J}{1{,}6 \cdot 10^{-19} C} = \underline{\underline{0{,}023V}}$

Bemerkung: Die Spannung ist sehr klein, weil die zu $\lambda = 633 nm$ gehörige Frequenz $f = c / \lambda = 4{,}739 \cdot 10^{14} Hz$ nur knapp über $f_G = 4{,}685 \cdot 10^{14} Hz$ liegt.

v_{max} folgt aus $½ m v_{max}^2 = e \cdot U$ zu $v_{max} = \sqrt{\dfrac{2 \cdot e \cdot U}{m_e}} = \sqrt{\dfrac{2 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19} C \cdot 0{,}023V}{9{,}1 \cdot 10^{-31} kg}} = \underline{\underline{8{,}93 \cdot 10^4 m/s}}$.

Fotostrom bei Kurzschlussschaltung:
Stromstärke ist „durch den Leiterquerschnitt geflossene Ladung" pro Zeit. Also $I = \Delta Q / \Delta t$.
Bei der Kurzschlussschaltung fließen alle $n = 3{,}184 \cdot 10^{15}$ (siehe Aufg 2b)) ausgelösten Elektronen. Pro $\Delta t = 1s$ fließt dann der Strom $I = \dfrac{\Delta Q}{\Delta t} = \dfrac{n \cdot e}{\Delta t} = \dfrac{3{,}184 \cdot 10^{15} \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19} C}{1s} = \underline{\underline{0{,}5 mA}}$.

In der Praxis ist der Fotostrom deutlich kleiner, weil der der Ring nicht alle Elektronen auffängt

7) Es gilt $U \cdot e = h \cdot f - W_A$ bzw. $W_A = h \cdot f - U \cdot e = h \cdot \dfrac{c}{\lambda} - U \cdot e$.

Bei $\lambda = 254 nm$ und $U_{Photo} = 621 mV$ muss die Ablösearbeit also

$W_A = 6{,}626 \cdot 10^{-34} J\,s \cdot \dfrac{3 \cdot 10^8 m/s}{254 \cdot 10^{-9} m} - 621 \cdot 10^{-3} V \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19} C = \underline{\underline{6{,}832 \cdot 10^{-19} J}}$

Umrechnung auf die Energiemaßeinh eV: $W_A = 6{,}832 \cdot 10^{-19} / 1{,}6 \cdot 10^{-19} eV = \underline{\underline{4{,}27 eV}}$

Grenzfrequenz: Es gilt $f_G = \dfrac{W_A}{h} = \dfrac{6{,}832 \cdot 10^{-19} J}{6{,}626 \cdot 10^{-34} J\,s} = \underline{\underline{1{,}03 \cdot 10^{15} Hz}}$. Das liegt im UV-Bereich.

Die Grenzwellenlänge beträgt $\lambda_G = \dfrac{c}{f_G} = \dfrac{3 \cdot 10^8 m/s}{1{,}03 \cdot 10^{15} s^{-1}} = \underline{\underline{290{,}94 nm}}$

Eine Fotospannung tritt nur in der offenen Schaltung auf.
Weil $\lambda = 254\,nm$ kleiner als $\lambda_G = 290{,}94\,nm$ bzw. f größer als f_G findet Emission statt.
Die kin. Energie und somit die Fotospannung hängt aber nicht von der Anzahl der Photonen, sondern nur von deren Frequenz ab. Somit bewirkt die Verdoppelung des Blendendurchmessers keine Änderung von U_{Photo}.

Bemerkung:
Bei der Kurzschlussschaltung tragen (im Idealfall) *alle* emittierten Elektronen zum Fotostrom bei. Bei doppelt so großem Blendendurchmesser fallen viermal so viele Photonen ein. Also steigt der Fotostrom um das Vierfache.
Für das Laserlicht der Wellenlänge $\lambda = 633\,nm$ gilt $\lambda > \lambda_G$. Deshalb findet für dieses Licht keine Photoemission statt.

8) Die beiden Frequenzen sind $f_1 = c/\lambda_1 = 5\cdot 10^{14}\,Hz$; $\quad f_2 = c/\lambda_2 = 6\cdot 10^{14}\,Hz$
Es gilt I) $U_1 \cdot e = h\cdot f_1 - W_A$ und II) $U_2 \cdot e = h \cdot f_2 - W_A$.
Subtrahiere: II) – I) $(U_2 - U_1)\cdot e = h\cdot(f_2 - f_1)$ Daraus folgt $h = \dfrac{(U_2-U_1)\cdot e}{f_2 - f_1} = \underline{\underline{6{,}56\cdot 10^{-34}\,J\,s}}$
Einsetzen in z.B. I) $W_A = h\cdot f_1 - U_1\cdot e = \underline{\underline{2{,}144\,J}}$.

9) Die kinetische Energie der mit der Anodenspannung U_A in der Röntgenröhre beschleunigten Elektronen ergibt sich aus $W_{kin} = e\cdot U_A$. Diese Energie wird bei der Bremsstrahlung bestenfalls vollständig auf die Röntgenphotonen übertragen. Also gilt $h\cdot f = e\cdot U_A$ bzw. $h = e\cdot U_A / f$

U_A in kV	45	40	35	30
λ_{min} in pm	62	70	80	93
f_{max} in $10^{18}\,Hz$	4,839	4,286	3,75	3,226
$h = e\cdot U_A / f$ in $10^{-34}\,J\,s$	14,88	14,93	14,93	14,88

Die Wert für *h* sind systematisch falsch. Es muss sich ein Fehler eingeschlichen haben.

10) Die De Broglie-Wellenlänge λ berechnet sich durch $\lambda = \dfrac{h}{m\cdot v}$.
Die Geschwindigkeit folgt aus $v = \sqrt{\dfrac{2\cdot e\cdot U}{m_e}} = 1{,}06\cdot 10^7\,m/s$.
Mit dem ersten Glanzwinkel bei $\vartheta = 6{,}5°$ folgt dann für den Abstand der Kritallgitterebenen
$$d = \frac{\lambda}{2\cdot \sin 6{,}5°} = \underline{\underline{3{,}03\cdot 10^{-10}\,m}}$$