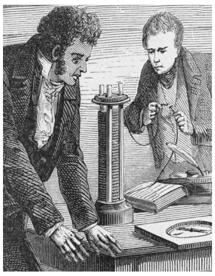
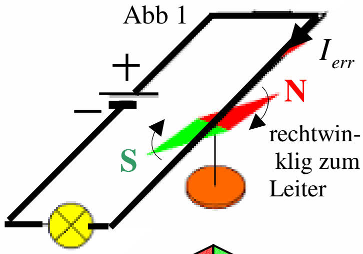
 |

B) Das Magnetfeld

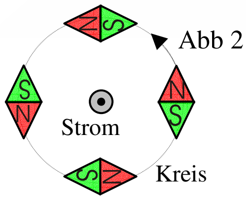
a) Die magnetische Feldstärke *H*.

Der dänische Physiker Hans Christian Ørstedt entdeckte 1820 den **Elektromagnetismus**. Beim Experimentieren mit Widerstandsdraht bemerkte er zufällig, dass eine nicht weggeräumte Kompassnadel wackelte, sobald er den Strom anstellte. Die Kompassnadel drehte sich *rechtwinklig* zum stromdurchflossenen Leiter. Ørstedt entdeckte auch sogleich die

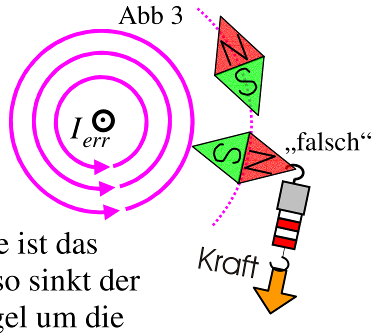




Rechte-Korkenzieher-Regel: Lässt man den Strom *senkrecht* nach *oben* fließen und positioniert in einem Kreis herum mehrere Kompassnadeln, so drehen sich alle Nadeln *tangential* zum Umfang und zwar mit ihren Nordpolen *gegen* den Uhrzeigersinn. Also: Daumen in Richtung des technischen Stromes, die vier Finger zeigen dann in Richtung der Nordpole an.



Wie kräftig drehen sich die Nadeln in die tangentiale Richtung? Zur Messung der Kraft hängen wir ein Newtonmeter an die Nadelspitze einer radial (falsch) stehenden Kompassnadel und lesen die Kraft ab, mit welcher sie sich in die Tangentialrichtung drehen will.
Ergebnis: Die Kraft nimmt *antiproportional* mit der Entfernung der Kompassnadel vom Erregerstrom ab.



Bei der elektrischen Feldstärke und auch bei der Gravitationsfeldstärke ist das ganz anders: Verdoppelt man hier den Abstand von der Punktladung, so sinkt der Wert der Feldstärke auf ein *Viertel*. Das hatten wir uns durch eine Kugel um die Punktladung herum erklärt. Im Abstand *r* durchstoßen die Feldlinien die Kugeloberfläche $A_O = 4\pi \cdot r^2$. Da die Anzahl der Feldlinien gleich bleibt, nimmt die Dichte ihrer Durchstoßpunkte antiproportional zu A_O ab. Also nimmt E mit dem *Quadrat* der Entfernung ab. Wie lässt sich das auf den Magnetismus übertragen, dessen Kraft mit $1/r$ abnimmt?
Ganz einfach: Der Magnetismus wird nicht durch einen *Punkt* mit einer Ladung, sondern durch eine *Strecke* mit einem *Strom* erzeugt. Also wird die Kugel durch einen Zylinder ersetzt, denn ein Zylinder umschließt die Strecke: Der Zylinderumfang $2\pi r$ ist prop. zu r.

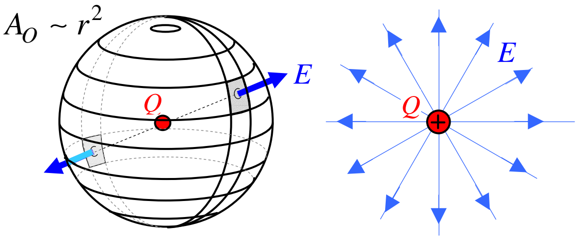


Abb 4 Elektr. Feldlinien durchstoßen eine Kugeloberfläche. Ihre Feldliniendichte und somit die Feldstärke E nimmt mit r^2 ab.
Die Feldlinien selbst bleiben gleich „dick“.

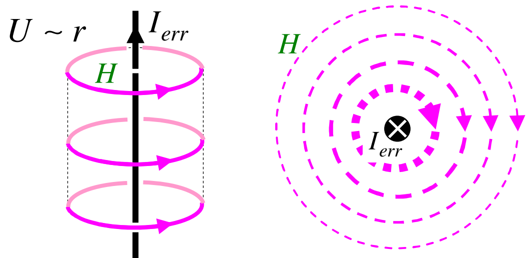


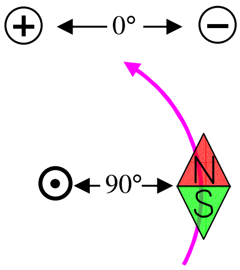
Abb 5 Magnetische Feldlinien umlaufen einen Zylinder. Ihre Länge wächst mit r. Dadurch werden sie proportional zu r „dünner“ und die Feldstärke H nimmt *r* ab.

Allgemein definiert man die *Richtung* eines Feldes durch die *Richtung* der Kraft und die *Stärke* eines Feldes durch die *Stärke* der Kraft. So machen wir es auch beim Magnetismus:
Die Richtung der magn. Kraft verläuft *tangential* zum Kreisumfang. Also verlaufen die Magnetfeldlinien im Kreis um den Leiter herum. Die Messung ergab, dass die Kraft *antiproportional* zum Abstand, also zum Kreisradius ist. Woran kann das liegen? Die Feldlinien haben die Länge $U = 2\pi r$. Mit zunehmendem r werden sie entsprechend länger: Der Magnetismus muss sich dann also auf immer mehr Strecke verteilen, er wird dadurch „dünner“, bzw. schwächer.

Also: (1) Die Feldstärke ist *proportional* zu dem Erregerstrom, I_{err} der das Feld erzeugt.
(2) Die Feldstärke ist *antiproportional* zum Umfang U, auf den sie sich verteilen muss.

Der Erregerstrom, welcher das Magnetfeld erzeugt bzw. „erregt“, heißt I_{err}.
Für den Umfang gilt $U = 2\pi r$. Der Buchstabe für die Feldstärke ist *H*.
Mit dem Prop.faktor *eins* folgt dann $\boxed{H = \frac{I_{err}}{2 \cdot \pi \cdot r}}$. Die Maßeinh. von *H* ist $\boxed{\frac{A}{m} = \frac{Ampere}{Meter}}$.

b) <u>Der magnetische Widerstand R_{magn}.</u>



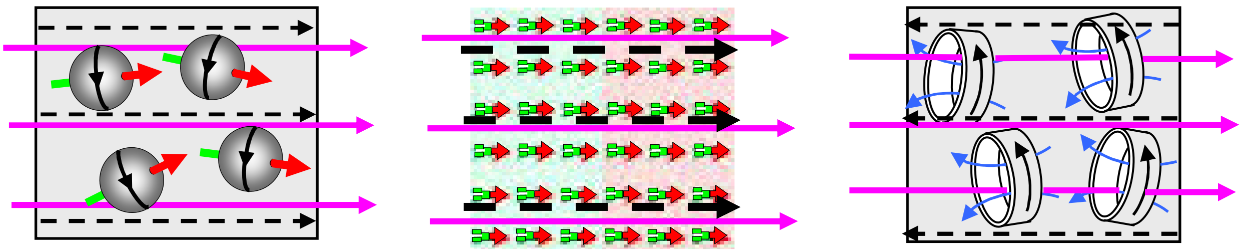
- Die *elektrische* Kraft wirkt *längs* der *Verbindungslinie* der Ladungspunkte. Die beiden Ladungen sind durch eine Feldlinie *verbunden*.
- Die *magnetische* Kraft dreht die Kompassnadel in einen 90°-Winkel zum Erregerstrom. Die Feldlinien *umlaufen* die Stromrichtung auf einem Kreis.

Die magnetische *Feldstärke* ist antiproportional zur Länge (zum Umfang) der Feldlinien, weil sich der „Magnetismus“ stets auf die gegebene Länge verteilen muss. Doch es gibt noch eine <u>*weitere Sichtweise*</u>:

Bei ihrem *Umlauf* muss die „Feldlinie die *Umlauflänge* überwinden“. Der Umfang wirkt also wie ein *Widerstand*. Ist der Umlauf klein, so ist der Widerstand klein und die Feldstärke groß. Ist der Umlaufweg groß, so ist der Widerstand groß und die Feldstärke klein. Der *magnetische Widerstand* R_{magn} ist also einfach gleich dem Umfang: $R_{magn} = U$. Das ist so, weil ein längerer Umlauf schwieriger zu bewältigen ist. Weil *R* gleich *U* ist, ist die **Maßeinheit** von *R* einfach **Meter**.
Die Formel $H = I_{err} \; / \; 2 \cdot \pi \cdot r = I_{err} \; / \; U$ wird jetzt zu $H = I_{err} \; / \; R_{magn}$. Nun untersuchen wir, wie sich *R* ändert, wenn die Feldlinie durch ein dia-, para-, oder ferro magn. Material laufen muss.

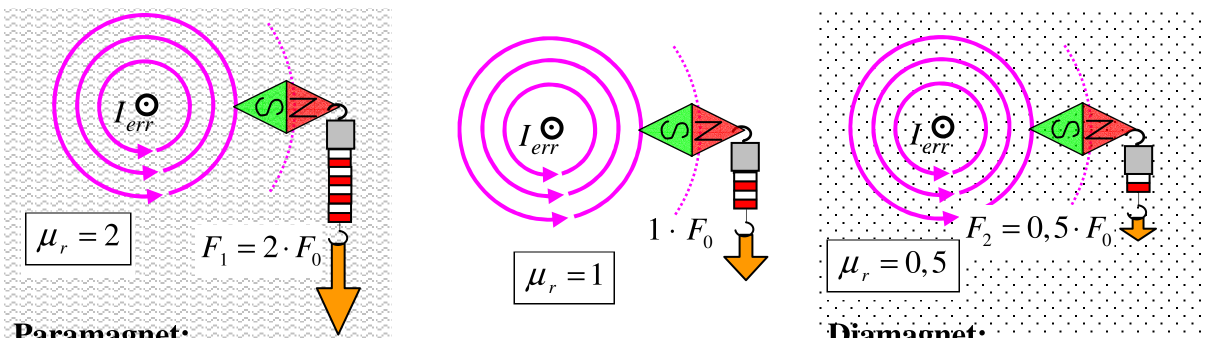
c) <u>Der magnetische „Kraftfluss“ $\mathcal{F}$.</u>

Im Arbeitsblatt M1 haben wir gelernt, dass *alle* Stoffe in irgendeiner Weise durch die Ausrichtung bzw. Aktivierung ihrer Elementarmagnete auf ein äußeres Magnetfeld reagieren. Paramagnetische Stoffe verstärken das äußere Magnetfeld leicht, ferromagnetische Stoffe verstärken es enorm und diamagnetische Stoffe schwächen das äußere Magnetfeld ab.



Paramagnet: Ausrichtung — Ferromagnet: Ausrichtung — Diamagnet: Aktivierung

Der Versuch Abb3) wurde zunächst in Luft, bzw. im Vakuum ausgeführt.
Jetzt bringen wir die Versuchsanordnung im *Gedankenexperiment* in eines der obigen *Medien*. Damit die Kompassnadel sich drehen kann, wird das Material *fein verstäubt* oder man verwendet eine *Flüssigkeit*. Zur Vergleichbarkeit nehmen wir immer den gleichen Abstand *r*.



Paramagnet: Die Kraft verdoppelt sich.
Vergleich: **Luft** (**V**akuum)
Diamagnet: Die Kraft halbiert sich.

<u>Para- und ferromagnetisches</u> Material stärkt, <u>diamagnetisches</u> Material schwächt die magnetische Kraft auf die Kompassnadel. Der *Verstärkungsfaktor* heißt <u>*relative Permeabilität*</u> μ_r (mü_r):

Wir haben oben erkannt, dass die Länge *U* des Umlaufweges um den Erregerstrom herum für die Feldlinien als *Widerstand* wirkt. Auch das eingebrachte Material (Para-, Ferro- oder Diamagnet) wirkt als *Widerstand*, welchen der Feldlinienumlauf überwinden muss. Die Messzahl für diese Widerständigkeit heißt ρ (rho). ρ ist der KW von μ_r: $\boxed{\rho = 1/\mu_r}$. Beide ohne Maßeinheit!

Z.B. behindert ein diamagnetischer Bereich mit $\mu_r = 0{,}5$ die Kraftübertragung mit $\rho = 1/0{,}5 = 2$.

Stoff (exemplarisch)	Supraleiter	Diamagnet	Paramagnet	Ferromagnet
Relative Permeabilität μ_r hat keine Maßeinh.	0	0,5	2	1000
Kehrwert (ρ -Zahl) ρ hat keine Maßeinh.	∞	2	0,5	0,001

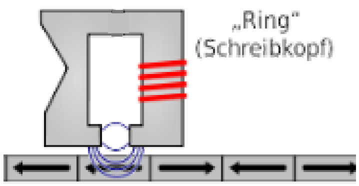
<u>Auswertung</u>:

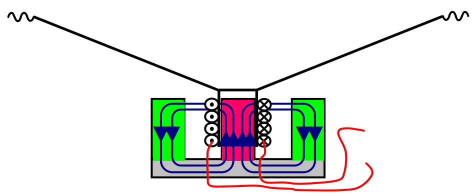
- Ist überall paramagnetischer Stoff mit $\mu_r = 2$ bzw. $\rho = 0{,}5$, so halbiert sich der Widerstand auf den Wert $R_{magn} = \rho \cdot U = 0{,}5 \cdot U$. Da *R* im Nenner steht, *verdoppelt* sich die Kraft. ✓
- Ist überall diamagnetischer Stoff mit $\mu_r = 0{,}5$ bzw. $\rho = 2$, so verdoppelt sich der Widerstand auf den Wert $R_{magn} = \rho \cdot U = 2 \cdot U$. Da *R* im Nenner steht, *halbiert* sich die Kraft. ✓

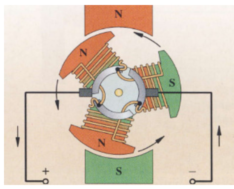
<u>Also</u>: Durchlaufen die Feldlinien auf der Länge *U* ein Medium mit der Widerstandszahl ρ, so gilt $R_{magn} = \rho \cdot U$. Für die Kraft steht *R* im Nenner, also ist die Kraft antiprop. zu ρ.

<u>Der magnetische Kraftfluss</u>

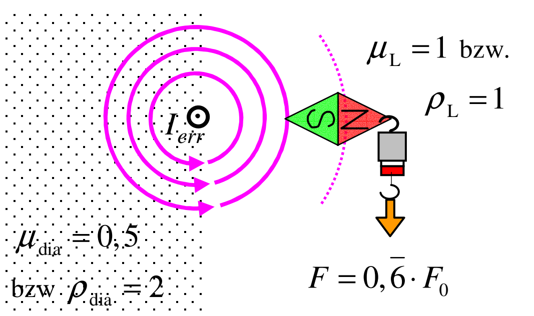
Weil beim Magnetismus alles komplizierter ist, benötigt man hier für die *Kraft*übertragung neben *H* eine *zweite* Beschreibungsgröße. Diese Größe heißt *Kraftfluss* $\mathcal{F}$. Es gilt $\mathcal{F} = I_{err} / R$.
Ist alles einheitlich mit Luft gefüllt, so stimmen $\mathcal{F}$ und *H* überein, weil dann $R = 2 \cdot \pi \cdot r$ gilt.
Ist der Raum aber mit einem Medium der Widerstandszahl ρ gefüllt ist, dann unterscheiden sich $\mathcal{F}$ und *H*, weil $R = U$ dann zu $R_{magn} = \rho \cdot U$ wird. Dann gilt also $\mathcal{F} = I_{err} / R_{magn} = I_{err} / \rho \cdot U$.
In fast allen technischen Anwendung des Magnetismus gibt es *zwei* oder mehr Medien, welche die Feldlinien durchlaufen müssen: Der Schreib-Lesekopf könnte die Festplatte nicht beschreiben, der Lautsprecher könnte nicht tönen, der Elektromotor würde festklemmen, wenn die Feldlinien nur durch Eisen und nicht *auch* durch Luft laufen würden.



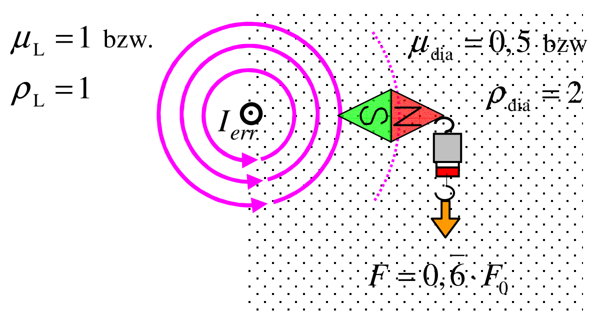




<u>Frage</u>: Wie ändert sich der magn. Widerstand *R*, wenn auf der Länge l_1 ein Medium mit Widerstandzahl ρ_1 und auf der Länge l_2 ein anderes Medium mit der Zahl ρ_2 durchlaufen wird?
Wir erarbeiten uns das mit Hilfe eines (Gedanken)Experimentes, in welchem der Raum zur **Hälfte** mit einem diamagnetischen Stoff $\mu_{\text{dia}} = 0{,}5$, bzw. $\rho_{\text{dia}} = 2$ befüllt wird und im restlichen Bereich die Luft mit $\mu_{\text{L}} = 1$ bzw. $\rho_{\text{L}} = 1$ beibehalten wird. Was geschieht?



Man denkt, dass die Kraft auf die Kompassnadel in der Luft *gleich* bleiben müsste, doch das stimmt nicht. Sie *sinkt* auf $0{,}\overline{6} \cdot F_0$ ab.



Man denkt, dass sich die Kraft auf die Kompassnadel im diamagn. Bereich auf $0{,}5 \cdot F_0$ *abschwächen* müsste. Doch das stimmt nicht. Sie sinkt **nur** auf $0{,}\overline{6} \cdot F_0$.

Das Ergebnis ist in zweierlei Hinsicht seltsam.

1) Man denkt, dass die Kraft in der Luft *gleich* bleiben müsste und dass sie sich im diamagnetischen Bereich, mit $\rho_{\text{dia}} = 2$, *halbieren* müsste. **Doch sie ist überall gleich !**
2) Wenn die Kraft auf der Feldlinie schon überall gleich ist, so sollte sie doch den Mittelwert von $F_{\text{Luft}} = 1 \cdot F_0$ und $F_{\text{dia}} = 0{,}5 \cdot F_0$, also $F = 0{,}75 \cdot F_0$, haben. Doch sie beträgt $F = 0{,}\overline{6} \cdot F_0$.

Wir verstehen die Sache, wenn wir uns den magnetischen *Widerstand R* anschauen, welcher sich bei dieser Raumteilung dem Kraftfluss auf seinem Umlauf entgegenstellt:
Ist alles Luft, so beträgt der Widerstand $R_{\text{Luft}} = U = 2\pi r$. Ist alles diamagnetisch, so beträgt er $R_{\text{dia}} = \rho_{\text{dia}} \cdot U = \rho_{\text{dia}} \cdot 2\pi r = 2 \cdot 2\pi r$. Teilen wir den Raum nun in zwei Hälften, so betragen beide Durchlauflängen $l_{\text{Luft}} = l_{\text{dia}} = U/2 = \pi r$. Haben wir in den Bereichen die Widerstandswerte $\rho_{\text{Luft}} = 1$ und $\rho_{\text{dia}} = 2$, so ist der Gesamtwiderstand die Summe $\rho_{\text{Luft}} \cdot l_{\text{Luft}} + \rho_{\text{dia}} \cdot l_{\text{dia}}$, also $R = \rho_{\text{Luft}} \cdot \pi r \; + \; \rho_{\text{dia}} \cdot \pi r = 1 \cdot \pi r \; + \; 2 \cdot \pi r = 3 \cdot \pi r$. Damit hat der Kraftfluss jetzt den Wert $\mathcal{F} = I_{err} / R = I_{err} \; / \; 3 \cdot \pi r$. Vergleich mit dem Kraftfluss für „Nur Luft" $\mathcal{F}_{\text{Luft}} = I_{err} / 2\pi r$ ergibt das gemessenen Ergebnis $\dfrac{\mathcal{F}}{\mathcal{F}_{\text{Luft}}} = \dfrac{1}{3\pi r} \cdot \dfrac{2\pi r}{1} = \dfrac{2}{3} = \underline{\underline{0{,}\overline{6}}}$. Qed.

<u>Ergebnis</u>: Durchfließt die Feldlinie einen Bereich mit ρ_1 auf der Länge l_1 und einen Bereich mit ρ_2 auf der Länge l_2, so ist der magn. Widerstand für den Kraftfluss $\boxed{R_{magn} = \rho_1 \cdot l_1 + \rho_2 \cdot l_2}$.
Die Maßeinheit von R bleibt **Meter**, weil die ρ-Werte *nur* <u>Zahlen</u> ohne Maßeinheit sind.
Der Kraftfluss $\mathcal{F}$ **ist auf dem gesamten Umlauf gleich**, er beträgt $\mathcal{F} = \dfrac{I_{err}}{R_{magn}} = \dfrac{I_{err}}{\rho_1 \cdot l_1 + \rho_2 \cdot l_2}$.

d) <u>Die magnetische Flussdichte *B*.</u>

Für die **Kraft**berechnung selbst braucht man stets einen *Anpassungsfaktor*. Bei der Gravitation ist es die *Feldkonstante* $\gamma = 6{,}67 \cdot 10^{-11} m^3 / kg\, s^2$. Bei der Elektrizität ist die *elektrische Feldkonstante* $\varepsilon_0 = 8{,}854 \cdot 10^{-12} As / Vm$. Beim Magnetismus ist die *magnetische Feldkonstante* $\mu_0 = 1{,}2566 \cdot 10^{-6} Vs / Am$. Multipliziert man den Kraftfluss $\mathcal{F}$ mit μ_0, so erhält man die für *alle weiteren Anwendungen* entscheidende *magnetische Flussdichte B* : $\boxed{B = \mu_0 \cdot \dfrac{I_{err}}{\rho_1 \cdot l_1 + \rho_2 \cdot l_2}}$

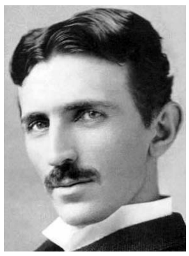
Dabei ergeben sich die ρ-Werte aus den relativen Permeabilitäten: $\rho_1 = 1/\mu_{r1}$, $\rho_2 = 1/\mu_{r2}$.
Die *Maßeinheit* der Flussdichte *B* ergibt sich aus den Maßeinheiten von μ_0 und I_{err} und l zu …

$$[B] = \frac{Vs}{\cancel{A}m} \cdot \frac{\cancel{A}}{m} = \frac{Vs}{m^2}.$$

Andere Form der Maßeinheit:

$$[B] = \frac{Vs}{Am} \cdot \frac{A}{m} = \frac{J}{A \cdot m^2} = \frac{N \cdot m}{A \cdot m^2} = \frac{N}{A \cdot m}$$

Die Maßeinheit von B wird nach dem genialen serbokroatischen Erfinder Nicola Tesla mit „Tesla" $= T$ abgekürzt. Es gilt also $T = \dfrac{Vs}{m^2} = \dfrac{N}{A \cdot m}$


Nicola Tesla

Zusammenfassung:
1) Für die magnetische Kraft entscheidend ist allein die Flussdichte *B* (gemessen in <u>T</u>esla).
2) Die Feldlinien der Flussdichte *B* sind, wie die von *H* und $\mathcal{F}$, geschlossene Linien um I_{err} herum.
3) *B* hat auf dem gesamten Umlauf den gleichen Wert, egal welches ρ gerade durchflossen wird.
4) Der Wert $B = \mu_0 \cdot I_{err} / R$ ergibt sich aus dem magnetischen Widerstand *R* des Gesamtumlaufes.
5) Alle durchlaufenen Bereiche gemeinsam bestimmen den magnetischen Widerstand *R*.
6) *R* ist die Summe der, mit den jeweiligen ρ-Werten multiplizierten Umlaufabschnitte l_1, l_2, …