

A) Aufgabe. Radioaktivität in Lebensmitteln nach Tschernobyl

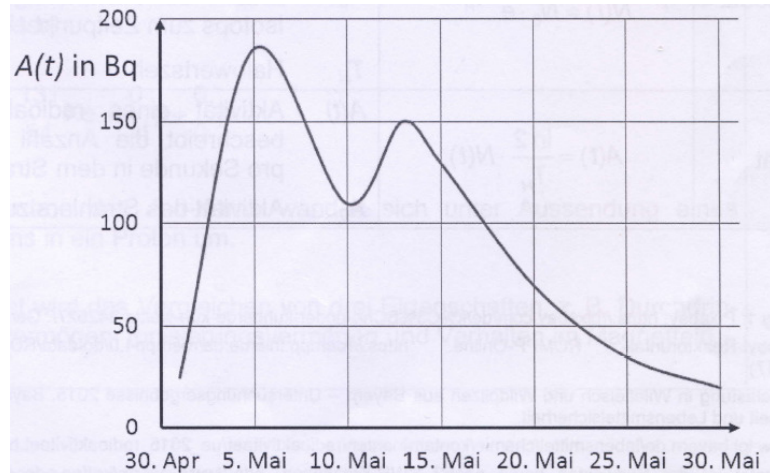
Am 26. April 1986 geriet das Kernkraftwerk Tschernobyl außer Kontrolle, radioaktiver Isotope gelangten in die Umwelt und die Atmosphäre. Fünf Tage später kamen sie zum Teil mit den Wolken auch nach Deutschland. In Süddeutschland regnete es. Radioaktive Nuklide gerieten in die Nahrungskette. In Milch und Wildschweinfleisch wurde in den folgenden Wochen eine deutlich erhöhte radioaktive Strahlung nachgewiesen. Wie lange Lebensmittel kontrolliert werden müssen soll untersucht werden.

Material 1

Isotop	Symbol	Zerfall	t_H
Jod 131	$^{131}_{53}\text{J}$	β und γ	8,02 d
Cäsium 137	$^{137}_{55}\text{Cs}$	β und γ	31,1 a

Material 2

Milch durfte von Molkereien nur abgegeben werden, wenn die Aktivität für Jod-131 je Liter kleiner als 500 Bq war. Die jeden Tag frisch von den Bauern angelieferte Milch wurde auf Radioaktivität untersucht. In dem Diagramm in Abbildung 2 sind die in einer Molkerei in Ravensburg gewonnenen Messwerte für die durch das Jod-131 verursachte Aktivität in einem Liter der angelieferten Milch dargestellt.

**Material 3: Messungen an Wildschweinen**

Wildschweine sind Allesfresser und wühlen z. B. bestimmte Trüffelpilze aus dem Boden hervor. In dem Boden und somit in diesen Pilzen befindet sich immer noch Cäsium-137. In bestimmten Landkreisen in Süddeutschland muss deshalb jedes erlegte Wildschwein, bevor es in den Handel kommt, auf radioaktives Cäsium untersucht werden.

Der in Bayern im Jahr 2015 gemessene Höchstwert betrug 2131 Bq je 1 kg Wildschweinfleisch. Der Grenzwert für Cäsium-137 in Nahrungsmitteln beträgt in der EU 600 Bq je 1 kg.

Material 4: Atom- und Kernmassen verschiedener Isotope

Isotop	Symbol	Atommasse in u	Kernmasse in u
Tellurium-131	$^{131}_{52}\text{Te}$	130,9085219	130,8799999
Jod-131	$^{131}_{53}\text{I}$	130,9061242	130,8770537
Xenon-131	$^{131}_{54}\text{Xe}$	130,9050819	130,8754629
Xenon-137	$^{137}_{54}\text{Xe}$	136,9115629	136,8819439
Cäsium-137	$^{137}_{55}\text{Cs}$	136,9070835	136,8769160
Barium-137	$^{137}_{56}\text{Ba}$	136,9058214	136,8751054

Aufgabe

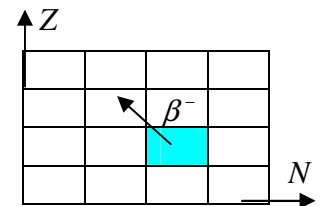
- a) Stelle die Zerfallsgleichung für Jod-131 auf.
Beschreibe die bei diesem Zerfall auftretende Kernumwandlung.
Vergleiche die drei wesentlichen Eigenschaften der bei dem Zerfall entstehenden Strahlungsarten.
- b) Stelle in einem Diagramm den zeitlichen Verlauf der Aktivität von Jod-131 in einem Liter Milch für 50 Tage dar. Nimm an, dass die Anfangsaktivität 500 Bq betrug.
Ermittle die Aktivität dieser Milch nach 14 Tagen.
Beurteile, ob die Belastung durch Jod-131 noch heute kontrolliert werden muss.
- c) Berechne die Anzahl der Jod-131-Atome und die Masse von Jod-131 in einem Liter Milch am 5. Mai 1986.
Berechne die beim Zerfall eines Jod-131-Atoms freiwerdende Energie in Elektronenvolt.
- d) Interpretiere den im Diagramm in Abbildung 2 dargestellten zeitlichen Verlauf der Aktivität von Jod-131 in der Milch.
Erläutere, warum ohne die Anordnung des Ministers die Belastung der Milch mit Jod-131 in Ravensburg deutlich größere Höchstwerte erreicht hätte.
- e) Schätze mit Hilfe einer Berechnung ab, wie lange die systematische Untersuchung des Fleisches von Wildschweinen in Süddeutschland noch erforderlich sein wird.

Lösung

- a) - Für β^- -Strahler gilt allgemein ${}^A_ZX \rightarrow {}^A_{Z+1}Y + {}^0_{-1}e + \gamma$.

Hier also ${}^{131}_{53}J \rightarrow {}^{131}_{54}Xe + {}^0_{-1}e + \gamma$.

- Ein Neutron verwandelt sich in ein Proton. Dabei wird ein Elektron und ein Neutrino abgestrahlt: $\beta^-: {}^1_0n \rightarrow {}^1_1p + {}^0_{-1}e + \bar{\nu}$.
- Die β^- -Strahlung wird z.B. von Aluminiumblech abgeschirmt und im elektrischen, wie auch im magnetischen Feld abgelenkt.
Die γ -Strahlung wirkt ionisierend, wird nicht abgelenkt und von z.B. Blei abgeschirmt.



- b) Allgemein: Eine Probe beinhalte zum Anfangszeitpunkt $t=0$ die Anzahl $N(0) = N_0$ von radioaktiven Atomkernen der Art X . Die Probe enthält auch noch andere Atomkerne, insbesondere die sich anreichernden Zerfallsprodukte von X .
Durch den radioaktiven Zerfall der Kerne nimmt die Anzahl $N(t)$ exponentiell ab: Jeweils nach der Halbwertszeit t_H halbiert sich die Anzahl der verbliebenen radioaktiven Kerne X .
Für die Zeitfunktion gibt es zwei Schreibweisen:

$$(1) \quad \boxed{N(t) = N_0 \cdot e^{-\frac{t \cdot \ln 2}{t_H}}} \quad \text{und} \quad (2) \quad \boxed{N(t) = N_0 \cdot 0,5^{\frac{t}{t_H}}},$$

denn es gilt $e^{-\ln 2} = 0,5$. Je nach Aufgabenstellung ist Form (1) oder Form (2) günstiger.

Der Zerfall, und damit die Abnahme der Kerne X , bewirkt Strahlung.

Je mehr Kerne pro Sekunde zerfallen, desto intensiver ist die Strahlung.

Deshalb definiert man die Strahlungsaktivität $A(t)$ als negative erste Ableitung von $N(t)$.

Die Ableitung gewinnt man leichter aus der Form (1) mittels äußerer und innerer Ableitung:

$$A(t) = -N'(t) = -N_0 \cdot e^{-\frac{t \cdot \ln 2}{t_H}} \cdot (-) \frac{\ln 2}{t_H} = \frac{\ln 2}{t_H} \cdot N_0 \cdot e^{-\frac{t \cdot \ln 2}{t_H}} = \frac{\ln 2}{t_H} \cdot N(t).$$

Also $\boxed{A(t) = \frac{\ln 2}{t_H} \cdot N(t)}$. Das gilt auch für den Anfangszeitpunkt $\boxed{A_0 = \frac{\ln 2}{t_H} \cdot N_0}$

Daraus folgt auch die Maßeinheit von $A(t)$. Weil die Anzahl $N(t)$ keine Maßeinheit besitzt und t_H die Maßeinheit s hat, ergibt sich für $A(t)$ die Maßeinheit $1/s = s^{-1}$.

Bei Schwingungen gibt die Maßeinheit $\text{Hertz} = 1/s$ die Anz. der *Schwingungen* pro Sekunde an.

Bei der Radioaktivität gibt die Maßeinh. $\boxed{\text{Becquerel} = \text{Bq} = s^{-1}}$ die Anz. der *Zerfälle* pro Sek. an.

Entsprechend den Formeln (1) und (2) für $N(t)$ hat man Formeln für $A(t)$

$$(3) \quad \boxed{A(t) = A_0 \cdot e^{-\frac{t \cdot \ln 2}{t_H}}} \quad \text{und} \quad (4) \quad \boxed{A(t) = A_0 \cdot 0,5^{\frac{t}{t_H}}}.$$

Zur Aufgabe: $A_0 = 500 \text{ Bq}$ bedeutet, dass anfangs *pro* Sekunde 500 Zerfälle stattfinden.

Stelle für $A(t)$ eine Wertetabelle auf, zeichne ein Diagramm

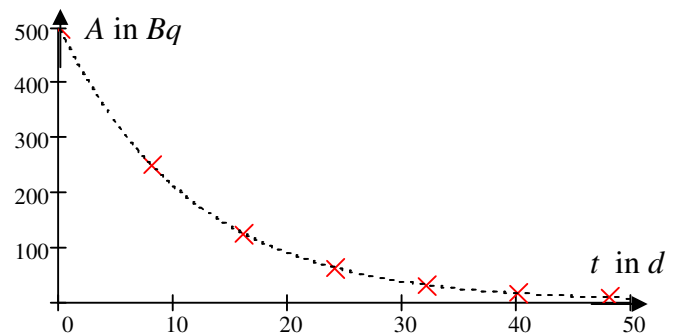
Nach Material 1 beträgt die Halbwertszeit von Jod-131 $t_H = 8,02 \text{ d}$. Entweder man halbiert A_0

mehrfach oder verwende die Formel $A(t) = A_0 \cdot 0,5^{\frac{t}{t_H}}$, denn diese „halbiert“ auch pro t_H .

t in Tagen	0	8.02	16.04	24.06	32.08	40.1	48.12	56.14
$A(t)$ in Bq	500	250	125	62.5	31.25	15.625	7.8125	3.9062

Aktivität nach $t = 14 \text{ d}$:

$$A(14 \text{ d}) = 500 \text{ Bq} \cdot 0,5^{\frac{14 \text{ d}}{8,02 \text{ d}}} \\ = 500 \text{ Bq} \cdot 0,5^{1,746} = \underline{\underline{149,1 \text{ Bq}}}.$$



Muss heute noch getestet werden?

Der Unfall liegt 35 Jahre = 12 784 d zurück.

Schon nach 50 Tagen war fast alles weg. Eintippen. $A(12\,784 \text{ d}) = 500 \text{ Bq} \cdot 0,5^{\frac{12\,784 \text{ d}}{8,02 \text{ d}}}$ ergibt null.

c) Am 5. Mai 1986 gab es gemäß Material 2 eine $^{131}_{53}\text{J}$ -Aktivität von ca. $A_0 = 180 \text{ Bq}$.

(1) Berechnung der Anzahl der radioaktiven Atomkerne.

Aus der Aktivität A_0 schließt man zunächst auf die Anzahl N_0 :

Dazu wird die Gleichung $A_0 = \frac{\ln 2}{t_H} \cdot N_0$ nach N_0 umgestellt: $N_0 = \frac{t_H}{\ln 2} \cdot A_0$.

Achtung: Die HWZ t_H muss nun aber in *Sekunden* eingesetzt werden, denn die Aktivität A_0

wird in $\text{Bq} = s^{-1}$ gemessen. Ergebnis: $N_0 = \frac{t_H}{\ln 2} \cdot A_0 = \frac{8,02 \cdot 24 \cdot 3600 \text{ s}}{\ln 2} \cdot 180 \text{ s}^{-1} = 1,799 \cdot 10^8$.

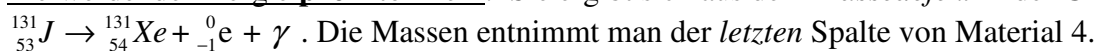
Die Anz. der radioaktiven $^{131}_{53}\text{J}$ -Atome pro Liter Milch betrug am 5. Mai 1986 $N_0 = \underline{\underline{1,799 \cdot 10^8}}$.

(2) Gefragt ist die „Masse von Jod-131“. Man darf also nicht die Kernmasse nehmen.

Nach Material 4: Die Atommasse von $^{131}_{53}\text{J}$ ist $m_{\text{Atom}} = 130,906124 \text{ u}$. Dabei ist u die atomare Masseneinheit $u = 1,660540 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$. Daraus folgt

$$m_{\text{Jod}} = N_0 \cdot 130,906124 \text{ u} = 1,799 \cdot 10^8 \cdot 130,906124 \cdot 1,660540 \cdot 10^{-27} \text{ kg} = \underline{\underline{3,911 \cdot 10^{-17} \text{ kg}}}$$

Freiwerdende Energie pro Atomkern: Sie ergibt sich aus dem *Massedefekt* in der Gleichung



$$m_{{}^{131}_{53}\text{J}} = 130,8770537u ; \quad m_{{}^{131}_{54}\text{Xe}} = 130,8754629u \quad \text{außerdem} \quad m_e = 0,0005485u$$

$$\text{Also: } \Delta m = \text{Masse}({}^{131}_{53}\text{J}) - \text{Masse}({}^{131}_{54}\text{Xe} + {}^0_{-1}\text{e}) = 0,001042u .$$

Gemäß $\Delta W = \Delta m \cdot c^2$ entspricht die atomare Masseneinheit u einer Energie $W_u = u \cdot c^2$.

Mit $c = 2,997\,924\,58 \cdot 10^8 \text{ m/s}$ erhält man die Energie zunächst in *Joule*.

Zur Umrechnen auf die Energiemaßeinheit eV teilt man durch die Maßzahl der Elementarldg. e in Coulomb " e " $= 1,602\,177\,33 \cdot 10^{-19}$. Also entspricht $1u$ der Energie $W_u = u \cdot c^2 / "e"$ in eV .

$$\text{Einsetzen: } W_u = u \cdot c^2 / "e" . \text{ Also } \boxed{W_u = 9,3149 \cdot 10^8 eV} .$$

Damit entspricht dem Massedefekt $\Delta m = 0,001042u$ pro ${}^{131}_{53}\text{J}$ die Energie $\underline{\underline{\Delta W = 970,896 keV}}$

d) In Material 2 liest man, dass die Kühe zunächst draußen waren, dann in die Ställe kamen und dann wieder rausgeschickt wurden. Darauf beruht der zweite Anstieg.

e) Laut Material 3 ist beim Schweinefleisch das radioaktive Isotop ${}^{137}_{55}\text{Cs}$ relevant.

Dessen Halbwertszeit beträgt $t_H = 31,1a$.

Die Aktivität soll von $A_0 = 2131 Bq$ auf $A_1 = 600 Bq$ pro Kilogramm absinken.

$$\text{Wir müssen die Formel } A(t) = A_0 \cdot e^{-\frac{t \cdot \ln 2}{t_H}} \text{ nach } t \text{ umstellen: } A(t) = A_0 \cdot e^{-\frac{t \cdot \ln 2}{t_H}} \quad \Bigg| : A_0 \quad \Bigg| \ln(\dots)$$

$$\text{ergibt } \ln\left(\frac{A(t)}{A_0}\right) = -\frac{t \cdot \ln 2}{t_H} \quad \Bigg| \cdot -\frac{t_H}{\ln 2} \text{ ergibt } t = -\frac{t_H}{\ln 2} \cdot \ln\left(\frac{A(t)}{A_0}\right) .$$

Bemerkung: Weil $A(t) < A_0$ ist der Logarithmus *negativ*, so dass die Zeit t positiv wird:

$$t = -\frac{31,1a}{\ln 2} \cdot \ln\left(\frac{600 Bq}{2131 Bq}\right) = \underline{\underline{56,866 a}}$$

Die Untersuchungen am Wildschweinefleisch müssen noch ca. 57 Jahre lang durchgeführt werden.