

**Elektromagnetische Wechselwirkung, Fortsetzung****a) Der Transformator.**

Ein Transformator besteht aus zwei getrennten Spulen, die auf einem gemeinsamen geschlossenen Eisenkern sitzen. Die eine Spule fungiert als Primärspule (Sp1), die andere als Sekundärspule (Sp2). Legt man an Sp1 eine Wechselspannung, so fließt dort auch ein Wechselstrom. Der Wechselstrom erzeugt einen veränderlichen magnetischen Fluss  $\Phi$ , welcher über den gemeinsamen Eisenkern auch die Sekundärspule Sp2 durchflutet und bei seiner Änderung dort eine Spannung induziert. Der Transformator überträgt also ohne Leiterverbindung Spannung und dann auch Strom von einer Spule auf die andere.

Wir betrachten den *idealen* Transformator mit widerstandslosen Spulen.

- (1) An Spule Sp1 wird die Wechselspannung  $U_1(t) = \hat{U} \cdot \sin(\omega \cdot t)$  angeschlossen.
- (2) Gemäß den obigen Ausführungen ergibt sich der Strom in der Spule1 dann durch das Integral  $I_1(t) = (1/L_1) \cdot \int_0^t U_1(t) dt$  zu  $I_1(t) = -(\hat{U} / \omega \cdot L_1) \cdot \cos(\omega \cdot t)$ .
- (3) Im Arbeitsblatt M3 erarbeiteten wir die Flussdichte  $B$  im Inneren einer langen dünnen Spule  $B = \mu_{Spule} \cdot \mu_0 \cdot n \cdot I_{err} / l$ . Der Erregerstrom  $I_{err}$  ist jetzt der Strom  $I_1$ . Für die effektive relative Dielektrizitätskonstante  $\mu_{Spule}$  wird in der Literatur meist  $\mu_r$  geschrieben. Die Windungszahl  $n$  ist jetzt die Windungszahl  $n_1$  von Sp1. Unsere Flussdichte lautet dann  $B = \mu_r \cdot \mu_0 \cdot n_1 \cdot I_1 / l$ . Den magn. Fluss  $\Phi$  erhalten wir durch Multiplikation mit dem Flächeninhalt  $A$  des Eisenkernquerschnittes. Die Spule Sp1 erzeugt somit den Fluss  $\Phi = \mu_r \cdot \mu_0 \cdot n_1 \cdot A \cdot I_1 / l$ . Jetzt ist aber  $L_1 = \mu_0 \mu_r n_1^2 A / l$  die Selbstinduktivität von Sp1. Für den von Sp1 erzeugten Fluss gilt also  $\Phi = L_1 \cdot I_1 / n_1$ .
- (4) Der Fluss  $\Phi$  durchdringt auch die Spule Sp2, welche die Windungszahl  $n_2$  hat. Weil  $\Phi$  sich durch den Wechselstrom permanent ändert, wird in Sp2 gemäß  $U_{ind,2} = -n_2 \cdot \dot{\Phi}$  eine Wechselspannung induziert. Wir berechnen ihren Verlauf durch einsetzen:

$U_{ind,2} = -n_2 \cdot (L_1 \cdot I_1 / n_1) \cdot \dot{\phantom{I_1}} = -(n_2 \cdot L_1 / n_1) \cdot \dot{I}_1$ . Ableiten von  $I_1(t) = -(\hat{U} / \omega \cdot L_1) \cdot \cos(\omega \cdot t)$  ergibt  $\dot{I}_1(t) = -(\hat{U} / \omega \cdot L_1) \cdot (-\omega \cdot \sin(\omega \cdot t)) = (\hat{U} / L_1) \cdot \sin(\omega \cdot t)$ . Mit  $U_1(t) = \hat{U} \cdot \sin(\omega \cdot t)$  folgt dann  $\dot{I}_1(t) = U_1(t) / L_1$ . Dies einsetzen in  $U_{ind,2} = -(n_2 \cdot L_1 / n_1) \cdot \dot{I}_1$  ergibt

$$U_{ind,2} = -(n_2 \cdot L_1 / n_1) \cdot U_1(t) / L_1.$$

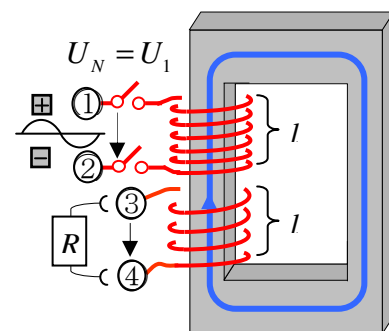
**Ergebnis:**

- (a) In der Sekundärspule Sp2 wird die Spannung

$$U_{ind,2} = -(n_2 / n_1) \cdot U_1(t)$$
 induziert.

- (b)  $U_{ind,2}(t)$  und  $U_1(t)$  laufen im Gegenteil.

- (c) Die Amplitude von  $U_{ind,2}(t)$  ändert sich gegenüber  $U_1(t)$  im Verh. der Wdg.zahlen



- (5) Jetzt schaltet man zwischen die Enden von Sp2 z.B. einen Ohmschen Widerstand. Dann fließt auch durch Sp2 ein Wechselstrom, welcher seinerseits ein zeitlich veränderliches  $\Phi_2$  im Eisenkern bewirkt. Diese  $\Phi_2$  überlagert sich dem ursprünglichen Fluss, so dass  $I_1$  gegenüber  $U_1$  nicht mehr um  $-T/4 = -90^\circ$  phasenverschoben ist.

Bei Kurzschluss von Sp2 beträgt die Phasenverschiebung von  $I_1$  und  $U_1$  sogar  $\varphi = 0^\circ$ . Dann ist das Leistungsprodukt  $P_1 = I_1 \cdot U_1$  stets größer null und Sp1 nimmt maximale Leistung auf, um diese in Sp2 wieder abzugeben.

(6) Zusammenfassung:

a) Leistungsaufnahme und Phasenverschiebung können in Sp1 gemessen werden.

Ohne Sekundärlast gilt  $\varphi(I_1, U_1) = -90^\circ$ , ansonsten gilt  $0^\circ \leq \varphi \leq -90^\circ$ .

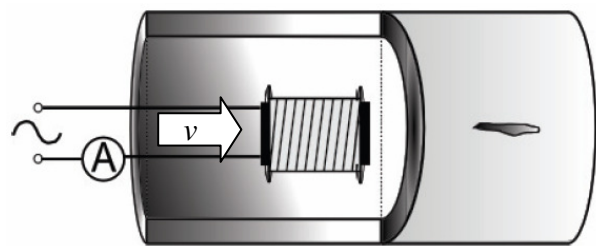
b) Beim idealen Transformator gilt  $\hat{U}_2 / \hat{U}_1 = n_2 / n_1$ .

c) Bei Sekundärlast transformieren sich die Stromstärken antiproportional  $\hat{I}_2 / \hat{I}_1 = n_1 / n_2$ .

**b) Aufgaben zur Induktion**

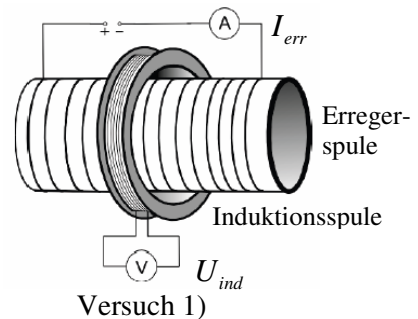
1) Molchgerät

Ein Molch ist ein Inspektionsgerät zum Einsatz in Rohrleitungen. Es geht um das Auffinden von Rissen. Der Molch ist antriebslos, er wird mit dem Gas oder Öl mitgeschwemmt. Der Molch arbeitet nach dem Transformatorprinzip. Er besteht im Wesentlichen aus einer „Primärspule“. Als „Sekundärspule“ dienen die gerade durchfahrenen Rohrabschnitte.



Im heilen Rohrbereich kann ein Ringstrom fließen, so dass die Sp2 des „Transformators“ hier belastet ist. Ein Riss in der Wandung wirkt so, als würde man den Verbraucher von Sp2 abklemmen. Dann ist die Leistungsabgabe auch an Sp1 im Mittel null. Das wird durch ein Messgerät registriert.

Versuch 1: In einem Demonstrationsversuch befindet sich eine runde Erregerspule mit dem Durchmesser  $d_1 = 14\text{cm}$ ,  $n_1 = 430$  Windungen und einer Spulenlänge von  $l = 45\text{cm}$  innerhalb einer Induktionsspule. Die Induktionsspule hat  $n_2 = 100$  Windungen und einen Durchmesser von  $d_2 = 20\text{cm}$



Im Intervall 1  $0 \leq t \leq 2\text{s}$  wird die Stromstärke des Erregerstromes gleichmäßig von  $0\text{A}$  auf  $0,5\text{A}$  hochgeregelt.

Dabei wird die konstant  $U_{ind} = -0,5\text{mV}$  gemessen.

Im Intervall 2  $2\text{s} \leq t \leq 5\text{s}$  wird die Stromstärke des Erregerstromes gleichmäßig von  $0,5\text{A}$  auf  $0\text{A}$  runtergeregelt.

Dabei wird die konstant  $U_{ind} = 0,3\text{mV}$  gemessen.

a) Erkläre die unterschiedlichen Werte der beiden Induktionsspannungen im Versuch 1.

b) Stelle die im Versuch 1 gemessenen Spannungen in Abhängigkeit von der Zeit in einem Diagramm dar. Überprüfe rechnerisch die Größe der beiden Induktionsspannungen. Begründe, dass die Fläche der Erregerspule berücksichtigt werden muss.

Versuch 2: Die Erregerspule wird an eine Wechselspannungsquelle angeschlossen.

Das Spannungsmessgerät an der Induktionsspule wird entfernt, die Spule kurzgeschlossen.

c) Beschreibe die im Versuch 2 in der Induktionsspule ablaufenden Vorgänge.

Begründe, dass das induzierte Magnetfeld dem Magnetfeld der Erregerspule entgegenwirkt.

d) Vergleiche Versuch 2 mit kurzgeschlossener Induktionsspule mit dem Wirbelstromverfahren.

e) Erkläre die Veränderung der Stromstärke in der Prüfspule an der defekten Stelle des Rohres im Molchgerät. Wie ändert sich die Stromstärke an der Schadstelle?

Lösung:

a) Die Flussdichte einer luftgefüllten Spule beträgt im Spuleninneren  $B = \mu_0 \cdot n \cdot I / l$ .

Bei linearer Stromänderung folgt dann in der Erregerspule  $\Delta B = \mu_0 \cdot n_1 \cdot \Delta I / l_1$

b) Einsetzen der gegebenen Werte liefert  $\Delta B \approx 0,6 \text{ mT}$ .

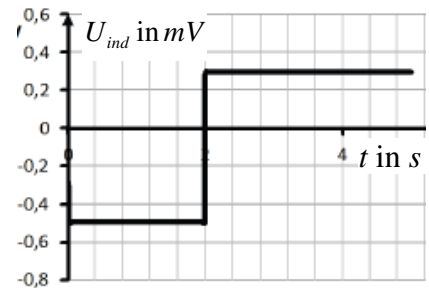
Die Änderung des Flusses  $\Phi$  erfordert wegen  $\Phi = A \cdot B$  auch die Größe der Querschnittsfläche  $A$ , denn größerer Querschnitt bedeutet mehr magnetfeld-erfüllten Raum..

Für die in Spule  $2$  ind. Spannung gilt  $U_{ind} = -n_2 \cdot \Delta\Phi / \Delta t$ .

Für das erste Zeitintervall folgt dann  $U_{ind,1} = -0,46 \text{ mV}$ .

Für das zweite Zeitintervall folgt  $U_{ind,2} = +0,31 \text{ mV}$ .

Das entspricht in etwa den angegebenen Werten.



c) Hier wirken die beiden Spulen wie in einem Transformator. Legt man an die Erregerspule eine Sinuswechselspannung an, so erhält man ohne das Kurzschließen eine Minus-Kosinus-Wechselspannung an der Induktionsspule. Die Amplitude ist dann um den Faktor  $100/430$  verkleinert. Sobald die Enden kurzgeschlossen werden, ändert sich (durch Rückinduktion) die Phasenverschiebung von  $180^\circ$  auf  $0^\circ$  und es wird Leistung übertragen.

Der Induktionsstrom ist nach der Lenz'schen Regel der Ursache seiner Entstehung entgegen gerichtet, also wirkt das durch ihn entstehende Magnetfeld dem ursächlichen entgegen.

d) Das Rohr kann mit der kurzgeschlossenen Induktionsspule verglichen werden.

Die Erregerspule im Versuch entspricht der Prüfspule im Molch. Der Wirbelstrom durch die Kupferwand des Rohres erzeugt genau wie der Strom durch eine Spulenwindung ein Magnetfeld um den Wirbelstrom herum. Dieses Magnetfeld ist dem erzeugenden Magnetfeld der Prüfspule entgegengesetzt gerichtet.

e) Das Magnetfeld im Rohr schwächt bei intakten Rohrwänden das Magnetfeld der Prüfspule.

Durch die defekte Stelle in der Rohrwand kann der induzierte Strom und somit auch das schwächende Magnetfeld nicht entstehen, das Magnetfeld der Prüfspule wird stärker.

Das wird registriert und so der beschädigte Bereich identifiziert.

2) Vorschaltgerät bei einer Leuchtstoffröhre

Für das Zünden einer Leuchtstoffröhre reicht die Netzspannung von  $230 \text{ V}$  nicht aus.

Für den Betrieb der Röhre hingegen ist die Spannung von  $230 \text{ V}$  zu hoch.

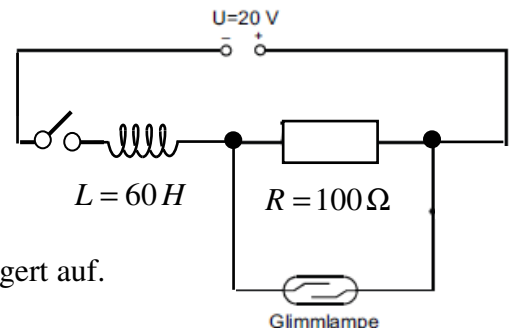
Deshalb benötigen Leuchtstoffröhren ein Vorschaltgerät, dessen entscheidendes Bauteil eine Spule mit hoher Induktivität ist, in welcher Selbstinduktion stattfindet.

Der abgebildete Aufbau eines Versuchs zur Selbstinduktion veranschaulicht den Zündvorgang einer Glimmlampe.

Die Zündspannung der Glimmlampe liegt bei etwa  $U_z = 15 \text{ V}$ .

Man nutzt eine Reihenschaltung von Spule mit und Widerstand. Die Glimmlampe wird dann dem Widerstand parallel geschaltet.

Schließt man den Schalter, so leuchtet die Glimmlampe verzögert auf.



a) Beschreibe, was man unter Selbstinduktion versteht.

Berechne den nach längerer Zeit zu erwartenden Wert der Stromstärke.

Berechne die Halbwertszeit für die Stromstärke und die Spannung am Widerstand.

b) Skizziere den Verlauf der Stromstärke.

Berechne den Zündzeitpunkt der Glimmlampe.

## Lösung

- a) Das durch die Spule gebildete Magnetfeld erzeugt bei Änderung seiner Stärke in der Spule selbst eine Induktionsspannung. Dadurch fließt ein Induktionsstrom, der dem ursprünglichen Strom entgegen gerichtet ist.

Nach längerer Zeit ändert sich die Stromstärke nur noch unwesentlich. Damit bleibt auch  $\Phi$  konstant und es findet keine Selbstinduktion mehr statt. Damit ist nur noch der Widerstand wirksam und es gilt das Ohmsche Gesetz. Die Spannung  $U_0 = 20V$  entnimmt man der Abbildung.

Der Endwert der Stromstärke beträgt daher  $I_0 = U_0 / R = 20V / 100\Omega = 0,2 A$ .

Für die Halbwertszeit der Stromstärke gilt  $t_H = \frac{L}{R} \cdot \ln 2 = \frac{60 H}{100\Omega} \cdot \ln 2 \approx 0,42s$

- b) Die Stromstärke folgt der Funktion  $I(t) = \frac{U_0}{R} \cdot \left(1 - e^{-\frac{R}{L}t}\right)$ .

Im Widerstand sind Spannung und Strom gemäß  $U_R = R \cdot I$  proportional. Also erhält man die Spannung  $U_R$  am Widerstand durch Multiplikation der Stromfunktion mit  $R$  :

$$U(t) = R \cdot I(t) = U_0 \cdot \left(1 - e^{-\frac{R}{L}t}\right)$$

Einsetzen der Zündspannung  $U_Z$  und Auflösen liefert den Zündzeitpunkt

$$U_Z = U_0 \cdot \left(1 - e^{-\frac{R}{L}t_Z}\right) \quad \left| :U_0 \right| \quad \left| -1 \right| \quad \cdot (-1) \text{ ergibt} \quad 1 - \frac{U_Z}{U_0} = e^{-\frac{R}{L}t_Z}$$

Nun Logarithmieren  $\ln\left(1 - \frac{U_Z}{U_0}\right) = -\frac{R}{L} \cdot t_Z$  und umstellen  $t_Z = -\frac{L}{R} \cdot \ln\left(1 - \frac{U_Z}{U_0}\right)$ .

Einsetzen ergibt  $t_Z \approx 0,83s$ .

