Lösungen von Arbeitsblatt E3

1) Eine Spannungsquelle ist eine Vorrichtung zur Ladungstrennung.

2) Aus Atomen des Ladungstrennungsbereiches innerhalb der Spannungsquelle werden unter Arbeitsaufwand ein oder mehrere Elektronen abgelöst und zum Minuspol transportiert. Im Ladungstrennungsbereich entstehen dann positive Ionen bzw. Atome mit Fehlstellen = Löcher. In diese Löcher rücken Elektronen des Pluspols nach, so dass dort ein Elektronenmangel entsteht.

3) Zwischen den getrennten Ladungen am Plus- und Minuspol baut sich ein elektrisches Feld auf. Die Ladungstrennung endet, sobald die Feldkraft die Trennkraft ausgleicht. Das geht schnell.

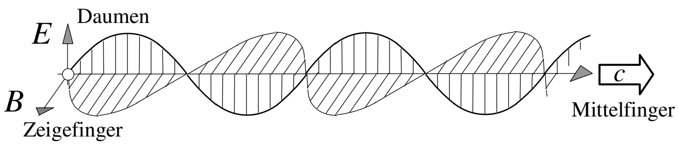
4) Die Feldkraft wird so groß wie die Trennkraft. Die Größe der Trennkraft bestimmt somit den Endwert der Spannung U.

5) Da die beiden Ketten unterschiedlich gleich geladene sind, stellen sie einen Kondensator dar.

6) Nur im Raumbereich zwischen den „Kondensatorplatten“ wird die Rekombination verhindert.

7) Der „Mikrokondensator“ der Solarzelle verhindert die Rekombination dadurch, dass sein elektrisches Feld die durch die Photonen abgetrennten Elektronen aus dem Bereich zwischen den „Platten“ herausschießt und sie in dem feldfreien Bereich außerhalb der „Platten“ „ablagert“.

8) Licht ist eine elektromagnetische Welle mit synchron schwingender elektrischer Feldstärke E und magnetischer Feldstärke B. Die Lichtwelle braucht für ihre Ausbreitung kein Medium, wie Luft oder Glas. Eine Lichtwelle durchläuft, anders als die Schallwelle, auch das Vakuum. Die Ausbreitungsgeschwindigkeit ist $c \approx 300\,000\, km/s$. Die Frequenz f der Lichtwelle bestimmt die Farbe des Lichtes. Doch wenn man genau hinschaut, so erkennt man, dass die Lichtwelle in viele Lichtteilchen zerbröselt ist. Die einzelnen Teilchen heißen Photonen. Diese Teilchen selber schwingen nicht, sie haben weder eine Frequenz noch eine Farbe. Doch diese Teilchen haben einen Impuls und können somit Stöße ausüben. Desweiteren besitzt jedes Photon eine Energie. Bei einem inelastischen Stoß überträgt das Photon seine Energie vollständig auf ein anderes Teilchen, z.B. auf ein Elektron. In diesem Fall wird das Photon von dem Elektron absorbiert und existiert dann nicht mehr. Wieviel Energie überträgt das Photon? Die Energieformel des Photons lautet $W = h \cdot f$, dabei ist h eine Naturkonstante, das *Plancksches Wirkungsquantum*, $h = 6,62 \cdot 10^{-34}\, Js$. f ist die Frequenz der Lichtwelle, Maßeinheit *Hertz* ($Hz = s^{-1}$). An der Energieformel des Photons $W = h \cdot f$ sieht man, dass jedes einzelne Photon die Frequenz der gesamten Lichtwelle in sich enthält. Damit besitzt jedes Photon die kollektive Eigenschaft f der Welle, der es angehört.



Die Abb. suggeriert, dass Photonen schwingen. Doch das ist falsch.

9) Es gilt $W = h \cdot f$. Dabei ist $h = 6,62 \cdot 10^{-34}\, Js$ das Plancksche Wirkungsquantum.

10) Nach dem Eins-zu-Eins-Prinzip überträgt *ein* Photon seine Energie $W = h \cdot f$ auf *ein* Elektron mit seiner Ladung e. Aus der allgemeinen Gleichung $U = W/q$ folgt daher $U = h \cdot f / e$.

Da h und e Naturkonstanten sind, rechnet man sie zusammen. Wegen $Joule = Volt \cdot Coulomb$, also $J = V \cdot C$, ergibt sich $h/e = 6{,}62 \cdot 10^{-34}\,Js / 1{,}6 \cdot 10^{-19}\,C = 4{,}14 \cdot 10^{-15}\,V \cdot s$. Damit erhält man für die frequenzabhängige Spannung der Solarzelle die Formel $\boxed{U = f \cdot 4{,}14 \cdot 10^{-15}\,V \cdot s}$.
Beispiel: Bestrahlt man die Solarzelle mit grünem Licht der Frequenz $f = 5{,}6 \cdot 10^{14}\,s^{-1}$, so liefert die Zelle die Spannung $U = 5{,}6 \cdot 10^{14}\,\cancel{s^{-1}} \cdot 4{,}14 \cdot 10^{-15}\,V \cdot \cancel{s} = \underline{\underline{2{,}32\,V}}$.

11) Wir betrachten einen Kristall aus 4-wertigem Silizium, dessen eine Seite mit einigen Promillen von 5-wertigem Phosphor *n*-dotiert ist und dessen andere Seite mit der gleichen Promillzahl von 3-werttigem Bor *p*-dotiert ist. Im *n*-dotierten Teil gibt es pro Phosphoratom ein Elektron, welches nicht in die 4-wertige Kristallstruktur eingebaut werden kann und somit frei beweglich ist. Im *p*-dotierten Teil gibt es pro Boratom einen nicht besetzten Bindungsarm. Da die Bindungslücken aufgefüllt werden wollen, ziehen sie die freien Elektronen zu sich herüber. In der Randschicht zwischen den beiden Kristallteilen herrscht dann zwar die ideale 4-wertige Kristallstruktur des Siliziums, doch das geht zu Kosten einer elektrischen Aufladung: Im *n*-dotierten Teil fehlen Elektronen zur Neutralität und im *p*-dotierten Teil herrscht ein Elektronenüberschuss. Dadurch entsteht ein elektrisches Feld. Die Elektronenwanderung endet, wenn sich die Kraft des elektrischen Feldes und die Kraft, welche die Bindungslücken auffüllen will, kompensieren. Auf diese Weise entstehen im Randbereich zwischen den beiden Kristallteilen eine ortsfeste Minus- und eine ortsfeste Pluskette.

12) Zum Aufladen des Kondensators werden seine Platten mit den Polen einer Spannungsquelle verbunden. Die frei beweglichen Elektronen des Minuspols breiten sich durch ihre gegenseitige Abstoßung dann längs der Minusader bis auf die Minusplatte des Kondensators aus. Entsprechend breiten sich die frei beweglichen Löcher auf der Plusseite durch Nachrücken von Elektronen längs der Plusader bis auf die Plusplatte des Kondensators aus. Weil dadurch Ladungen auf den Polen fehlen, überwiegt die Trennkraft die Feldkraft, sodass solange weitere Ladungen getrennt werden, bis die Pole wieder den vormaligen Ladungswert erreicht haben. Dadurch herrscht jetzt zwischen allen Stellen der Plus- und Minusader, sowie zwischen den Platten die gleiche Spannung U, welche die Spannungsquelle hat. Dieser Vorgang verläuft dann extrem schnell, wenn der innere Widerstand der Spannungsquelle klein ist.

13) a) Bei abgeklemmter Batterie gibt es keine elektrische Verbindung, über welche sich die Ladungen ausgleichen könnten. Daher bleiben die getrennten Ladungen auf den Platten.

b) Aus der Plattengröße A ergibt sich die Feldstärke gemäß $E = Q/(\varepsilon_0 \cdot A)$.

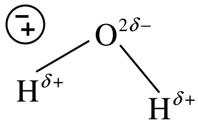
c) Hält man die (positive) Probeladung q zwischen die Platten, so erfährt diese an jeder Stelle in dem homogenen Feld zwischen den Platten die Kraft $F = q \cdot E$. Insbesondere kann man die Ladung q zunächst sehr dicht an die Minusplatte bringen (Position (1)). Bewegt man die Probeladung q jetzt gegen die Anziehung der Minusplatte und gegen die Abstoßung der Plusplatte bis ganz dicht vor die Plusplatte (Position (2)), so ist die Bewegungsstrecke gleich dem Plattenabstand d. Weil „Arbeit = äußere Kraft × Strecke“ ist, hat die verrichtete Arbeit den Wert $W = F \cdot d$, bzw. $W = q \cdot E \cdot d$. Wäre die bewegte Ladung q doppelt so groß, so müsste man auch die doppelte Arbeit verrichten. Das Verhältnis von Arbeit W zu bewegter Ladung q ist aber gleich der Spannung U, also $U = \frac{W}{q} = \frac{\cancel{q} \cdot E \cdot d}{\cancel{q}} = E \cdot d$.

d) Setzt man $E = Q/(\varepsilon_0 \cdot A)$ in $U = E \cdot d$ ein, so erhält man eine weitere Formel für die Spannung $U = \frac{d}{\varepsilon_0 \cdot A} \cdot Q$. Umstellen liefert $Q = \frac{\varepsilon_0 \cdot A}{d} \cdot U$. Mit dieser Formel kann man bei gegebenem A, d und U auf die Ladung Q schließen. Was bedeutet diese Formel?

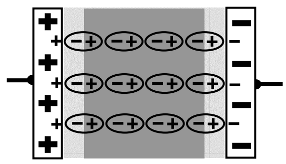
Setzt man z.B. für $\frac{\varepsilon_0 \cdot A}{d}$ den Wert 1 ein (ohne Maßeinheit), so würde sich bei $U = 1\,Volt$

angelegter Spannung auf den Platten die Ladung $\pm 1\,Coulomb$ sammeln. Hätte $\varepsilon_0 \cdot A/d$ den Wert 2, so würde sich bei $U = 1\,Volt$ die Ladung $\pm 2\,Coulomb$ auf den Platten sammeln. Hätte $\varepsilon_0 \cdot A/d$ den Wert 2, so flössen bei $U = 10\,Volt$ die Ladung $\pm 20\,Coulomb$ auf den Platten. Der Ausdruck $\varepsilon_0 \cdot A/d$ gibt also an, wieviel Ladung die Platten pro angelegter Spannung aufnehmen können. $\varepsilon_0 \cdot A/d$ ist also die „Ladungsaufnahmefähigkeit" pro *Volt* angelegter Spannung. „Ladungsaufnahmefähigkeit" heißt auch „Kapazität": $C = \varepsilon_0 \cdot A/d$.

14) Das geeignete Isolatormaterial heißt auch „Dielektrikum". Bringt man dieses zwischen die Platten, so vergrößert sich die Kapazität. Durch das Dielektrikum vergrößert sich also die „Ladungsaufnahmefähigkeit" pro *Volt*. Bei gleicher angelegter Spannung fließt also mehr Ladung $\pm Q$ auf die Platten. Der Vergrößerungsfaktor heißt relative Dielektrizitätskonstante ε_r .



Wie funktioniert das? Das Isolatormaterial besteht aus neutralen, ortsfesten Molekülen, die getrennte Ladungen in sich tragen. Das Wassermolekül H_2O ist ein gutes Beispiel dafür. Bringt man ein Wassermolekül in ein elektrisches Feld, so dreht sich es sich in Richtung des äußeren Feldes. Andere Moleküle können sich nicht drehen, dafür aber deformieren. Die Ausrichtung bzw. Deformation des Moleküls im äußeren Feld nennt man auch „Polarisation". Die Abb. zeigt zwei äußere Platten mit jeweils vier Ladungen. Zwischen ihnen haben sich sechzehn Moleküle so gedreht bzw. deformiert, dass ihre Minuspole zur Plusplatte und ihre Pluspol zur Minusplatte zeigen. Da die Moleküle ortsfest sind, liegen sich im Inneren des Isolators stets ein Plus- und ein Minuspol gegenüber. Somit hebt sich die Wirkung der Polarisierung im Inneren vollständig auf. Es bleiben lediglich die beiden äußeren „Ladungshäute" übrig. In der Abb. bestehen diese Häute links aus drei Minus- und rechts aus drei Plusladungen. Diese sechs Ladungen sind fest im Isolator verankert, so können nicht abfließen. Im Gegenteil: Die drei Minusladungen links ziehen sich drei zusätzliche Plusladungen auf die Plusplatte. Entsprechend rechts. Dadurch werden bei gleicher anliegender Spannung mehr Ladungen auf die Platten gezogen. In unserem Fall würde sich die Kapazität um den Faktor $\varepsilon_r = 7/4 = 1{,}75$ vergrößern. Um die Feldstärke zwischen den Platten zu beurteilen, muss man jedoch alle Ladungen zusammenzählen: Auf der linken Seite sind es nach wie vor 4, denn $+4+3-3=+4$ und auf der rechten Seite sind es entsprechend -4, denn $-4-3+3=-4$. Für die Feldstärke bleibt also alles beim alten. Trotz höherer Kapazität ist die Durchschlagsgefahr, also der Funkenübersprung zwischen den Platten, nicht gewachsen, im Gegenteil, der Isolator behindert den Funkenüberschlag. Deshalb kann man mit geeignetem Isolatormaterial heute bereits Supercaps mit riesigen Kapazitäten auf kleinstem Raum bauen. Die verallgemeinerte Formel für die Kapazität des Kondensators mit Dielektrikum heißt $\boxed{C = \varepsilon_r \cdot \varepsilon_0 \cdot A/d}$.



15) Der Kondensator speichert $Q = C \cdot U = 0{,}5 \cdot 10^{-3} F \cdot 500V = 0{,}5 \cdot 10^{-3} C/\cancel{V} \cdot 500\cancel{V} = \underline{\underline{0{,}25C}}$.

16) Aus $C = \dfrac{\varepsilon_r \cdot \varepsilon_0 \cdot A}{d}$ ergibt sich

$$A = \frac{C \cdot d}{\varepsilon_r \cdot \varepsilon_0} = \frac{40 \cdot 10^{-12} \dfrac{C}{V} \cdot\ 0{,}3 \cdot 10^{-3} m}{6 \cdot 8{,}854 \cdot 10^{-12} \dfrac{A \cdot s}{V \cdot m}} = \frac{40 \cdot 10^{-12}\ \cdot\ 0{,}3 \cdot 10^{-3}}{6 \cdot 8{,}854 \cdot 10^{-12}} \cdot \frac{\cancel{C} \cdot m \cdot \cancel{V} \cdot m}{\cancel{V} \cdot \cancel{A \cdot s}} = \underline{\underline{225{,}9 \cdot 10^{-6} m^2}}\ .$$

Es gilt $1m^2 = 100cm \cdot 100cm = 10^4 cm^2$. Damit lässt sich der Flächeninhalt in cm^2 umrechnen:
$A = 225{,}9 \cdot 10^{-6} m^2 = 2{,}259 \cdot 10^{-4} m^2 = 2{,}259 \cdot 10^{-4} \cdot 10^4 cm^2 = \underline{\underline{2{,}259\ cm^2}}$.

Das Dielektrikum vergrößert die Kapazität.

17) a) Die Kapazität beträgt

$$C = \frac{\varepsilon_r \cdot \varepsilon_0 \cdot A}{d} = \frac{1 \cdot 8{,}854 \cdot 10^{-12} \frac{A \cdot s}{V \cdot m} \cdot 0{,}25 m^2}{0{,}2 \cdot 10^{-3} m} = 11{,}07 \cdot 10^{-9} \frac{A \cdot s \cdot \cancel{m^2}}{V \cdot \cancel{m^2}} = 11{,}07 \cdot 10^{-9} \frac{C}{V} = \underline{\underline{11{,}07\ nF}}$$

b) Die Ladung beträgt $Q = C \cdot U = 11{,}07 \cdot 10^{-9} \frac{C}{V} \cdot 220 V = 2{,}435 \cdot 10^{-6} C = \underline{\underline{2{,}435 \mu C}}$

c) Die Feldstärke E hängt nicht von ε_r ab.

$$E = \frac{1}{\varepsilon_0} \cdot \frac{Q}{A} = \frac{1}{8{,}854 \cdot 10^{-12} \frac{A \cdot s}{V \cdot m}} \cdot \frac{2{,}435 \cdot 10^{-6} C}{0{,}25 m^2} = 1{,}1 \cdot 10^6 \frac{\cancel{C} \cdot V \cdot \cancel{m}}{\cancel{A \cdot s} \cdot m^{\cancel{2}}} = \underline{\underline{1{,}1 \cdot 10^6 \frac{V}{m}}}$$

d) Damit sich die Ladung halbiert, muss sich bei gleicher Spannung wegen $Q = C \cdot U$ die Kapazität halbieren. Da C wegen $C = \varepsilon_0 \cdot A / d$ antiprop. zu d ist, muss sich d <u>verdoppeln</u> .

e) Da C proportional zu ε_r ist, muss sich ε_r <u>verdoppeln</u> .

18) Bei Kondensatoren ist es umgekehrt: $C_{||} = C_1 + C_2$ und $\frac{1}{C_{Reihe}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$.

19) $C_1 = \frac{\varepsilon_0 \cdot A_1}{d_1} = 28{,}333\, pF$; $C_2 = \frac{\varepsilon_0 \cdot A_2}{d_2} = 31{,}874\, pF$; $C_{||} = 60{,}207\ pF$; $C_{Reihe} = 15\, pF$.

20) Bei Reihenschaltung gilt $\frac{1}{C_{Reihe}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$. Also $\frac{1}{C_2} = \frac{1}{C_{ges}} - \frac{1}{C_1}$.

Nach Aufg. 19) gilt $C_1 = 28{,}333\, pF = 28{,}333 \cdot 10^{-12} F$ und damit $\frac{1}{C_1} = 3{,}529 \cdot 10^{10}\ F^{-1}$.

Die Gesamtkapazität soll $C = 10{,}2\, pF$ betragen. Daraus folgt $\frac{1}{C} = 9{,}804 \cdot 10^{10}\ F^{-1}$.

Einsetzen: $\frac{1}{C_2} = \frac{1}{C_{ges}} - \frac{1}{C_1} = 9{,}804 \cdot 10^{10}\ F^{-1} - 3{,}529 \cdot 10^{10}\ F^{-1} = 6{,}275 \cdot 10^{10}\ F^{-1}$.

Kehrwert: $C_2 = \frac{1}{6{,}275 \cdot 10^{10}\ F^{-1}} = 1{,}594 \cdot 10^{-11} F$.

Aus $C_2 = \frac{\varepsilon_0 \cdot A_2}{d_2}$ folgt

$$d_2 = \frac{\varepsilon_0 \cdot A_2}{C_2} = 8{,}854 \cdot 10^{-12} \frac{\cancel{A \cdot s}}{\cancel{V} \cdot m} \cdot 36 \cdot 10^{-4} m^2 \cdot 6{,}275 \cdot 10^{10} \frac{\cancel{V}}{\cancel{C}} = 2 \cdot 10^{-3} m = \underline{\underline{3 mm}}$$