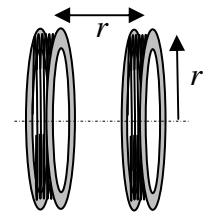


Bewegung freier Ladungsträger in einem homogenen Magnetfeld

1) Fadenstrahlrohr

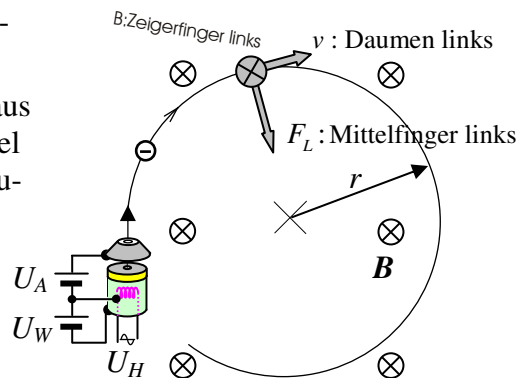
Ein Fadenstrahlrohr ist ein evakuierter kugelförmiger Glaskolben, in welchen seitlich eine Elektronenkanone eingebaut wurde. Die gerade herausgeschossenen Elektronen stoßen zunächst gegen die Kolbeninnenwand. Zur Sichtbarmachung der Elektronenbahn wurde hochverdünntes Wasserstoffgas eingeleitet, welches durch Stoßanregung bei der Rekombination leuchtet.

Der Glaskolben wird nun zwischen zwei gleichsinnig stromdurchflossene Spulen gebracht. Nach *Helmholtz* wird das Magnetfeld bei Übereinstimmung von Radius und Abstand außerordentlich *homogen*, was sonst nur in langen dünnen Spulen der Fall ist, welche jedoch keinen Zugriff zum Experimentieren bieten.



Helmholtz-Spulenpaar

Die Richtung der Lorentzkraft F_L ergibt sich für Elektronen aus der Drei-Finger-Regel der linken Hand: Daumen in v -Richtung. Zeigefinger in B -Richtung. Der Mittelfinger ergibt dann die Kraftrichtung, welche eine



Elektronenbahn in der Fadenstrahlröhre

Bahnkrümmung bewirkt. Führt man die drei Finger längs der gekrümmten Bahn mit, so sieht man sogleich, dass sich die Krümmung immer weiter fortsetzt und ein Kreis entsteht. Wir lernen hier also nach der Spannkraft einer Kette beim Karussell, der Reibungskraft der eingeschlagenen Räder beim Auto und der gravitativen Zentralkraft der Sonne oder eines Planeten eine weitere Kraft kennen, welche eine Kreisbahn bewirkt. Eine Kraft, die den Geradeausflug in eine Kreisbahn „verbiegt“, heißt *Zentripetalkraft*. Für sie gilt ganz allgemein $F_z = m \cdot v^2 / r$. Hier ist die Lorentzkraft $F_L = e v B$ die Zentripetalkraft. Gleichsetzen ergibt $m \cdot v^2 / r = e v B$. Daraus folgt für den Radius $r = v \cdot m / e \cdot B$. Die Austrittsgeschwindigkeit v der Elektronen aus der Kanone ergab sich durch Gleichsetzen der elektrischen Energie $W_{el} = e \cdot U_A$, wobei U_A die Anodenspannung ist und der kinetischen Energie $W_{kin} = \frac{1}{2} m v^2$ zu $v = \sqrt{2 e U_A / m}$. Am Geschicktesten bildet

$$\text{man } r^2 = \frac{v^2 \cdot m^2}{e^2 \cdot B^2} \text{ und setzt dann } v^2 = \frac{2 e U_A}{m} \text{ ein: } r^2 = \frac{2 e U_A}{m} \cdot \frac{m^2}{e^2 \cdot B^2} = \frac{2 m U_A}{e B^2}.$$

Umstellen ergibt die *spezifische Ladung* = Ladung pro Masse $\frac{e}{m} = \frac{2 U_A}{B^2 r^2}$ des Elektrons.

Experiment:

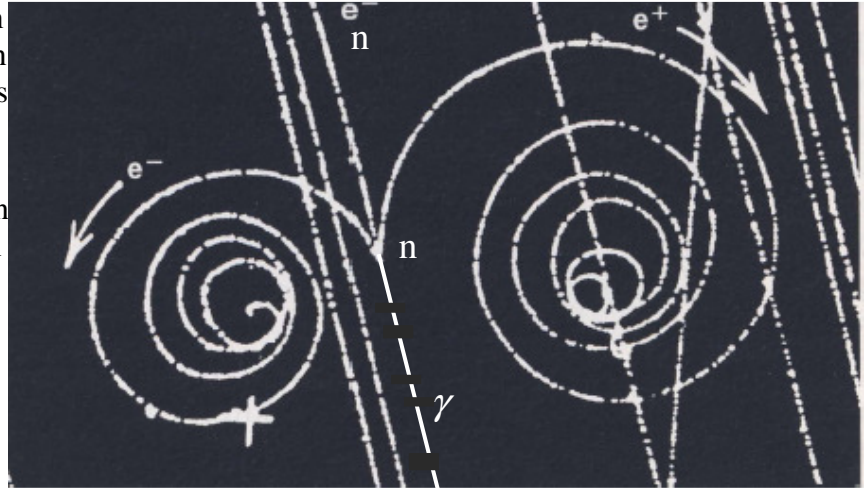
- (1) Einstellen des Erregerstromes der Helmholtzspulen für einen gewünschten B -Wert. (B -Messung mit der Hallsonde).
- (2) Auswählen eines Bahnradius r .
- (3) Einstellen der Anodenspannung, so dass der Bahnradius erreicht wird.

Flussdichte B in T	Radius r in m	Anodenspannung U_A in V	Spezifische Ladung e/m in C/kg
0,0015	0,02	80	$1,78 \cdot 10^{11}$
0,0015	0,03	178	$1,78 \cdot 10^{11}$
0,0015	0,04	315	$1,78 \cdot 10^{11}$

Ergebnis: Ein „Kilogramm Elektronen“ trägt die elektrische Ladung $e/m = 1,76 \cdot 10^{11} \text{ C/kg}$. Nach Millikan gilt $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$. Also $m_e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C} / (1,76 \cdot 10^{11} \text{ C/kg}) = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$

2) Forschung

Auf ähnliche Weise wurde in einer magnetfelddurchsetzten Blasenkammer entdeckt, dass ein hochenergetisches γ -Quant (hartes Röntgenlicht) beim Stoß mit einem Neutron absorbiert wird. Das Neutron fliegt nach vorne und zusätzlich entsteht ein Elektron-Positron-Paar. Das Paar erkennt man an den entgegengesetzt gekrümmten Bahnen. Die Spiralförmigkeit beruht auf Energieverlust.



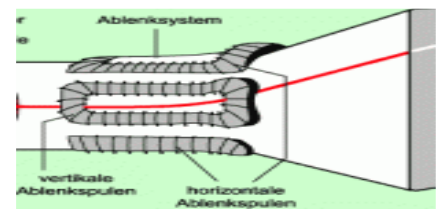
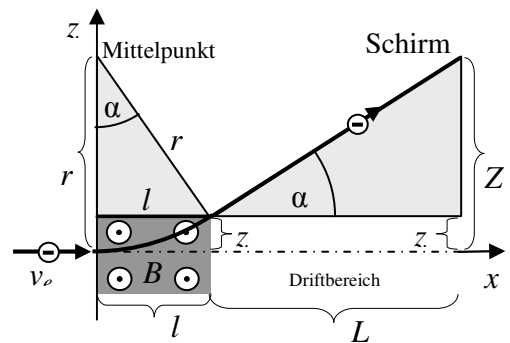
3) Magnetische Ablenkung in der Braunschen Röhre (Fernsehröhre)

Bei Fernsehrohren ist magnetische Ablenkung gebräuchlich, weil die Spulen von *außen* angesetzt werden können. Die Elektronen treten wieder mit $v = \sqrt{2e \cdot U_A / m}$ in den Ablenkbereich der Länge l ein, in welchem sie einen Kreisbogen mit Radius $r = v \cdot m / e \cdot B$ durchlaufen. Im kräftefreien Driftbereich geht es dann gerade zum Schirm. Aus den beiden rechtwinkligen Dreiecke der Abb. erkennt man, dass $\frac{Z-z}{L} = \frac{l}{r-z}$ gilt. Wegen

$Z \gg z$ und $r \gg z$ folgt für die Aufschlagstelle $Z \approx L \cdot l / r$.

Einsetzen von $r = v \cdot m / e \cdot B$ ergibt $Z \approx \frac{e \cdot l \cdot L}{m \cdot v} \cdot B$.

Daher lässt sich die Aufschlagstelle Z durch eine entsprechende Flussdichte B , bzw. durch einen entsprechenden Spulenstrom ansteuern.

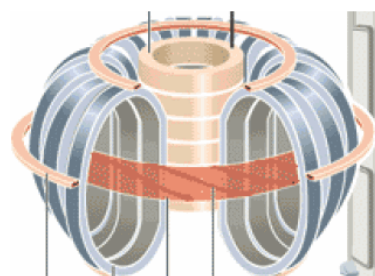


4) Magnetische Flasche

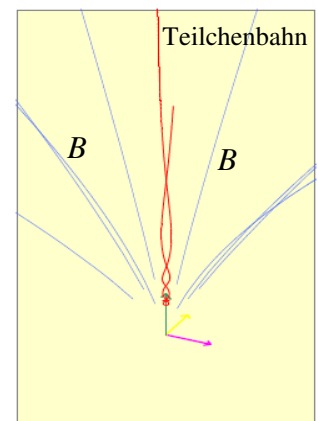
In den magnetischen Südpol, welcher sich nahe dem Nordpol befindet, laufen die Magnetfeldlinien inhomogen hinein. Nordlicht



Fliegt ein geladenes Teilchen der kosmischen Strahlung in den Bereich des Pols, so gelangt es auf eine Spiralbahn und kann letztlich eine Richtungsumkehr erfahren. Auch im Fusionsreaktor wird das heiße (geladene) Plasma in einer magnetischen Flasche gefangen gehalten.



Magnetische Flasche im Fusionsreaktor



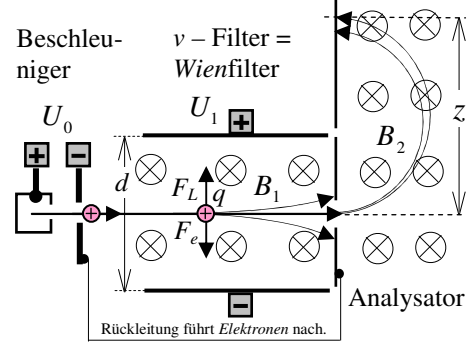
Magnetische Flasche.

II) Freie Ladungsträger in homogenem elektrischem *und* magnetischem Feld.

Beispiel: Klassische Massenspektroskopie

Ein Massenspektroskop trennt Ionen nach ihrer Masse und ersetzt dadurch eine chemische Analyse.

Die klassische Massenspektroskopie arbeitet mit der *Überlagerung* eines elektrischen und magnetischen Feldes. Zunächst werden die Ionen in einer Kammer durch Abdampfen, Laserpulse oder ähnliches abgelöst und erhalten so eine unbekannte Anfangsgeschwindigkeit. Sie gelangen dann in die *Beschleunigungstrecke* der Spannung U_0 , welche



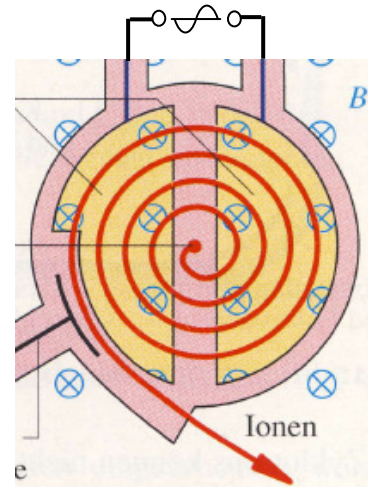
sie mit einer entsprechend unbekanntem Geschwindigkeit verlassen, um dann in ein gekreuztes E -, B -Feld einzutreten. Dieses dient als *Geschwindigkeitsfilter = Wienfilter*: Bei geeigneter Orientierung wirken die Lorentzkraft und die elektrostatische Kraft *gegeneinander*. Ein Teilchen fliegt *genau dann* geradeaus, wenn $vqB_1 = qE_1$ gilt. Somit filtert die Anordnung genau diejenigen Partikel heraus, welche die Geschwindigkeit $v = E_1 / B_1$ besitzen. Alle anderen Teilchen werden gegen die Blendenbleche geleitet. Mit dieser fest bestimmten Geschwindigkeit treten die Teilchen nun in den *Analysator* ein. Er besteht aus einem Magnetfeld der Flussdichte

B_2 und einer Photoplatte. Dort durchlaufen die Teilchen einen *Halbkreisbogen*. Aus $r = \frac{vm}{B_2 q}$ (s. Fadenstrahlrohr) folgt die Auftreffstelle $z = 2r = 2 \cdot \frac{mv}{qB_2} = \frac{m}{q} \cdot \frac{2E_1}{B_1 \cdot B_2}$. Für zwei Ionen

gleicher Ladung aber unterschiedlicher Masse ist das Verhältnis der Auftreffstellen z_2 und z_1

Beispiel: Zyklotron für z.B. Protonen

Ein Zyklotron besteht aus zwei D-förmigen hohlen mittig offenen Metallhalbzylindern (Dosen), welche Faradaysche Käfige sind und an einer hochfrequenten Wechselspannung mit Ampl. \hat{U} und Frequenz f liegen. Mittig befindet sich eine Ionenkanone, welche die Teilchen mit der Anfangsgeschwindigkeit v_0 bzw der Anfangsenergie $W_{kin,0}$ z.B. in die rechte Dose schießt. Durch das senkrechte Magnetfeld B werden die Teilchen auf eine Halbkreisbahn mit $r = (m/qB) \cdot v$ gelenkt. Radius und Geschwindigkeit sind also proportional. Das ergibt sich aus $F_z = F_L$ bzw. $mv^2/r = qvB$. Beim Austritt aus der rechten Dose wird das Teilchen im Schlitz auf die Geschwindigkeit v_1 beschleunigt, welche sich aus $\frac{1}{2}mv_1^2 = W_{kin,0} + 2q\hat{U}$ ergibt.



Dadurch gerät es auf den größeren Halbkreis mit dem Radius $r_1 = (m/qB) \cdot v_1$.

Wie lange braucht das Teilchen zum Durchlaufen des Halbkreises? Wegen $v = s/t$ bzw.


$t = s/v$ ergibt sich $t_1 = \frac{\pi r_1}{v_1} = \frac{\pi}{v_1} \cdot r_1 = \frac{\pi}{v_1} \cdot \frac{m \cdot v_1}{q \cdot B} = \frac{\pi \cdot m}{q \cdot B}$. Die Zeit zum Durchlaufen der Dose

ist also unabhängig von der Geschwindigkeit, weil höhere Geschwindigkeit automatisch größeren Radius bedeutet. Für die volle Periode gilt dann $T = \frac{2\pi \cdot m}{q \cdot B}$. Damit kann die Wechselspannung konstant auf der durch q , m und B gegebenen Frequenz $f = \frac{qB}{2\pi m}$ bleiben.

Ist R der Radius der Dosen, so folgt aus $r = mv/qB$ die Endgeschw. $v_{max} = qBR/m$, welche un-

abhängig von der Spannung \hat{U} ist. Kleinere Spannung wird durch mehr Umläufe ausgeglichen.

Aufgaben

- In die Mitte des Magnetfeldes eines Helmholtz-Spulen-Paares wurde im Vorversuch eine 30cm langen Luftspule mit $n = 200 \text{ Wdg}$ achsenparallel gebracht. Beim Spulenstrom $I_{err} = 1 \text{ A}$ wurde das Helmholtzfeld kompensiert. a) Berechne die Flussdichte B des Helmholtzfeldes. b) Nun wird die Kompensationsspule entfernt und ein Fadenstrahlrohr mit $U_A = 300 \text{ V}$ eingebracht. Beschreibe und erkläre das Fadenstrahlrohr, leite die Formeln her. c) Der Radius der Elektronenbahn wird mit $r = 7 \text{ cm}$ gemessen. Berechne die spezifische Ladung e/m . d) Wie ändert sich die Bahn, wenn der Erregerstrom der Helmholtzspulen umgepolt wird?
- Warum kann man den Lichtbogen einer Bogenlampe mit einem Stabmagneten löschen? (Quelle: Leifi) Lichtbögen entstehen z.B. durch Trennung von zwei Kohleelektroden, die unter Spannung stehen. Der Lichtbogen stellt eine intensive, nahezu punktförmige Lichtquelle dar, die früher beim Kinoscheinwerfer und heute noch im Physikunterricht (Kohlebogenlampe) genutzt wird.
 
- Lithium kommt in Mineral Spodumen $\text{LiAlSi}_2\text{O}_6$ in den beiden stabilen Isotopen ${}^6_3\text{Li}$ und ${}^7_3\text{Li}$ vor. Aluminium liegt als ${}^{27}_{13}\text{Al}$, Silizium zu 99,8% als ${}^{28}_{14}\text{Si}$ und Sauerstoff stabil nur als ${}^{16}_8\text{O}$ vor. a) Beschreibe und erkläre den Aufbau des Massenspektroskops b) Die einfach ionisierten Moleküle treten mit $v_0 = 0 \text{ ms}^{-1}$ bis 10000 ms^{-1} aus der Quelle und werden mit $U_A = 150 \text{ V}$ beschleunigt. Mit welchen Geschwindigkeiten treten sie in den v -Filter ein? c) Im Filter gilt $E = 8 \text{ kV/m}$ und überall $B = 0,5 \text{ T}$. Welches v bzw. v_0 wird ausgefiltert? Wo treffen die $\text{LiAlSi}_2\text{O}_6^{2-}$ -Ionen auf?
- Das erste Zyklotron beschleunigte das Wasserstoff-Molekül-Ion H_2^+ . Es hatte den Bahnradius $R = 4,5 \text{ cm}$, es wurde mit $\hat{U} = 300 \text{ V}$ und $B = 1,27 \text{ T}$ betrieben. a) Berechne Austrittsgeschw. und Energie der Ionen. b) Eine Physikergruppe um Seaborg beschleunigte 1941 mit einem $R = 1,524 \text{ m}$ Zyklotron Deuterium. Beim Beschuss von Uran mit $W = 2 \text{ MeV}$ entstand erstmals Plutonium. Wie groß war B ? c) Beim Betrieb des Zyklotron kann durch ein kleines seitliches Fenster eine elektromagnetische Welle entnommen werden. Erkläre dies.

Lösungen

- a) $B = \mu_0 n I_{err} / l \approx 0,838 \text{ mT}$. c) $v = \sqrt{2eU_A / m_e} \approx 1,03 \cdot 10^7 \text{ m/s} \Rightarrow e/m_e = v / Br \approx 1,75 \cdot 10^{11} \text{ C/kg}$. d) Die Bahn verlief zuvor im Kolben, jetzt stößt sie an die Wand.
- Der Lichtbogen besteht aus einem Plasma geladener Partikel.
- b) Die Isotope haben ${}^6m = 177 \cdot m_p \approx 295,6 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$ bzw. ${}^7m = 178 \cdot m_p \approx 297,3 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$ Masse. Zu $\frac{1}{2} m v_0^2$ wird $e \cdot U_A$ addiert: $v_{\min} = 1,27 \cdot 10^4 \text{ m/s}$, $v_{\max} = 1,62 \cdot 10^4 \text{ m/s}$. c) Nur die Ionen mit $v = E/B = 1,6 \cdot 10^4 \text{ m/s}$ kommen durch. Diese traten mit $v_0 = 9,68 \cdot 10^3 \text{ m/s}$ aus der Quelle. d) $z = m \cdot 2E / q B^2$. Für ${}^6\text{Li}$: $z = 118 \text{ mm}$. Für ${}^7\text{Li}$: $z = 119 \text{ mm}$
- a) $m = 3,34 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$, $q = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$. $v_{\max} = qBR/m = 2,74 \cdot 10^6 \text{ m/s}$. $W_{kin} = 1,25 \cdot 10^{-14} \text{ J}$. Teilen durch $1,6 \cdot 10^{-19}$ überführt W_{kin} in die Maßeinheit „ElektronenVolt“ $W_{kin} = 78 \text{ keV}$. \hat{U} spielt keine Rolle. b) $W = 2 \cdot 10^6 \cdot 1,6 \cdot 10^{19} \text{ J} = 3,2 \cdot 10^{25} \text{ J}$. $v = \sqrt{2W/m} = 1,96 \cdot 10^7 \text{ m/s}$. $B = vm/qR = 0,13 \text{ T}$. c) EM-Wellen werden senkrecht zur Beschleunigungsrichtung von elektrischen Ladungen abgestrahlt. Bei der Kreisbewegung herrscht Radialbeschleunigung. Also erfolgt die Abstrahlung in Tangentialrichtung.
 