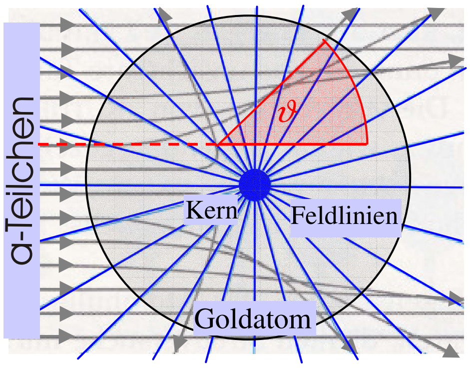
A Atome

1) Die Entdeckung des Atomkernes

Im Jahre 1898 erkannte Ernest Rutherford, dass die kurz zuvor entdeckte radioaktive Strahlung aus drei Komponenten besteht, welche er mit α, β und γ durchnummerierte. Heute wissen wir, dass die α-Strahlung aus zweifach positiv geladenen Heliumkernen besteht, dass die β-Strahlung sich aus Elektronen zusammen setzt, während die γ-Strahlung aus ungeladenen Teilchen besteht. Bei den γ-Teilchen handelt es sich um hochenergetische Photonen. Die α- und β-Strahlung entsteht beim Zerfall radioaktiver Atomkerne. α- bzw. β-Teilchen treten mit hoher Geschwindigkeit aus der Probe aus. Die γ-Strahlung begleitet die α- und β-Strahlung meist. Sie tritt aber auch alleine auf, wenn sich ein angeregter Atomkern energetisch entspannt.



Rutherford erkannte sofort das Potential dieser Strahlungsteilchen als „Forschungssonden“. So durchstrahlte er eine extrem dünne Goldfolie mit α-Teilchen und beobachtete die Ablenkwinkel ϑ. Die weitaus meisten Teilchen durchliefen nahezu unabgelenkt die Folie. Von denen, deren Ablenkwinkel $\vartheta > 5°$ waren, bleiben $96{,}2\%$ unter $15°$. $3{,}8\%$ wurden in den Winkelbereich $15° < \vartheta \le 90°$ abgelenkt. In das Intervall $90° < \vartheta \le 180°$ zurück geworfen wurden $0{,}033\%$. Über $150°$ waren es sogar nur $0{,}007\%$.

Was sind die Schlussfolgerungen?

- Die Atome sind keine massiven „Billardkugeln“, wie es die Wärmelehre meinte. In dem Fall müssten die Geschosse entweder vorbei fliegen oder, bei Volltreffern, zurückgeworfen werden.
- Atome sind neutral. Wären die positiven und negativen Ladungsanteile gleichmäßig im Atom verteilt, so würden sich Anziehung und Abstoßung des doppelt positive α-Teilchen an jeder Stelle aufheben und es gäbe gar keine Ablenkung.
- Da die Ablenkung immer nach außen geht, muss sie auf Abstoßung beruhen. Demnach ist eine *positive* Ladungskonzentration für das Ablenkungsverhalten verantwortlich.
- Es wurden extrem wenige α-Teilchen in den Winkelbereich über 150° zurückgeworfen. Die „Volltrefferquote“ war also extrem klein. Daraus schloss Rutherford, dass der positive abstoßende Ladungsanteil innerhalb des Atoms in einem extrem kleinen Raumbereich konzentriert sein muss. Damit war der Atomkern entdeckt.

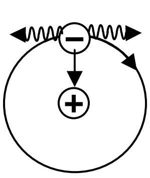
Ergebnis: Detaillierte Auswertung ergab, dass der Radius des Atomkerns etwa $10^{-14}\,m$ beträgt. Das ist etwa $10\,000$ mal kleiner als der Radius des Atoms. Der Kern ist im Vergleich zum Atom tatsächlich noch viel kleiner, als die Sonne im Vergleich zum Sonnensystem.

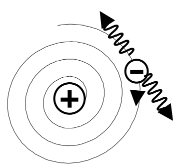
2) Das Rutherfordsche Atommodell

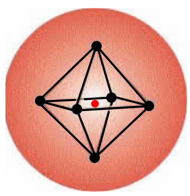
Aus den Rutherfordschen Streuversuchen ergab sich, dass Atome aus einem winzig kleinen Kern und aus Elektronen bestehen. Die Elektronen hatte man nämlich bereits als „Kanalstrahlen“ aus den Atomen heraus gezogen. Und im Fadenstrahlrohr war die Elektronenmasse ermittelt worden. Im Jahre 1898 war also bereits klar, dass Elektronen Teilchen sind. Doch wie die Elektronen innerhalb Atom verteilt sind, das wusste Rutherford nicht. Das Planetenmodell kam nicht in Frage: Danach müssten die Elektronen auf Kreisbahnen um den Kern laufen. Die Kreisbahnbewegung ist jedoch eine *beschleunigte* Bewegung. Und bei beschleunigter Bewegung strahlen Ladungsträger EM-Wellen ab. Das wäre ein Energieverlust, der zum Absturz der Elektronen führen würde. Gemäß Planetenmodell würden die Atome also binnen kürzester Zeit in sich zusammenbrechen, bzw. garnicht erst zustande kommen.

Die Elektronen müssten sich also in einer statischen Konfiguration um den Kern anordnen. Doch…

1) wäre solch eine Konfiguration instabil und …
2) es gibt keine kräftemäßig ausgeglichene Konfiguration für das Wasserstoffatom mit nur *einem* Elektron.

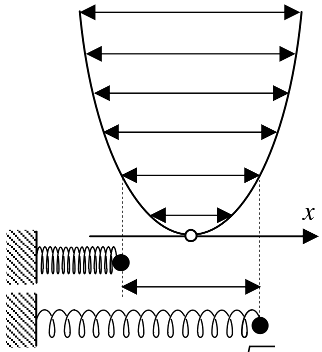

Falsch


Falsch

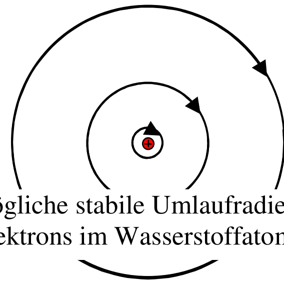

Falsch

3) <u>Vorüberlegungen von Niels Bohr zum Wasserstoffatom.</u>

Gerade für das Wasserstoffatom mit nur *einem* Elektron kann es keine statische Konfiguration geben. Das Elektron würde in jedem Fall auf den Atomkern zu stürzen, entweder im senkrechten Fall oder auf einer spiraligen Kreisbahn jeweils mit EM-Abstrahlung. In einer Art „Verzweiflungsakt“ bediente Niels Bohr sich daher des berühmten Mottos, „dass doch sein muss, was nicht sein darf“ und *postulierte*, dass gewisse Kreisbahnen doch *stabil* sind und dass diese *ohne* EM- Abstrahlung durchlaufen werden. Zwischen den erlaubten Radien lägen dann ganze Zonen verbotener Radien. Neu war das rabiate Vorgehen nicht: Max Planck hatte ein fatales Problem, nämlich die UV-Katastrophe, durch eine rabiate Einschränkung der Bewegungsmöglichkeiten der atomaren Oszillatoren des Schwarzen Strahlers beseitigt. Auch Planck konnte, außer dem Erfolg, keinerlei Begründung für seine Vorgehensweise angeben. Weil Bohr sich an Planck orientierte, verfolgen wir noch einmal, wie Planck auf seine erlaubten Amplituden kam. - Planck hatte errechnet, dass die UV-Katastrophe nur dann ausbleibt, wenn jeder Oszillator stets nur EM-Strahlung eines *einzigen* Energiewertes abgibt. Nach klassischer Vorstellung steckt die Energie der EM-Welle in deren Amplitude.



Amplituden: $\hat{x}_n \sim \sqrt{n}$



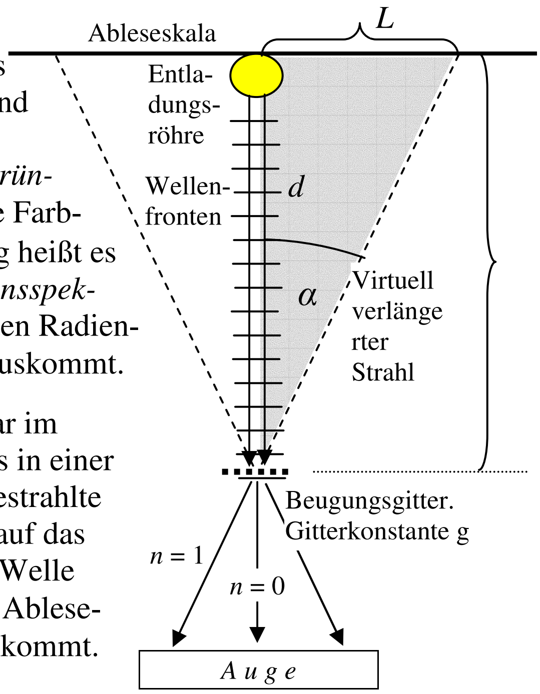
Mögliche stabile Umlaufradien des Elektrons im Wasserstoffatom ???

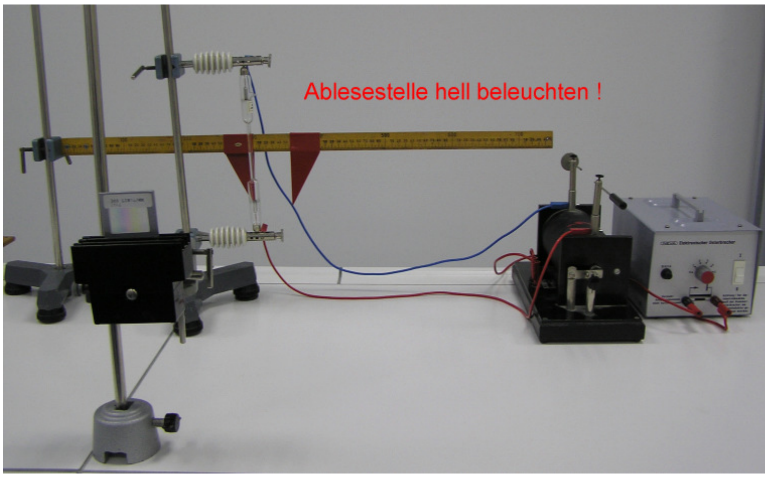
Doch weil die Amplitude der abgestrahlten Lichtwelle proportional zur Oszillatoramplitude ist, müsste die Amplitude des Oszillators, selbst bei größter Hitze, gleich bleiben. Das ist ein Widerspruch. Über die Amplitude klappt’s also nicht. Deshalb knüpfte Planck sich die zweite Variable der Oszillatorschwingung vor, nämlich die Frequenz $f = (2\pi)^{-1} \cdot \sqrt{D/m}$. Der Vorteil: Die Frequenz des Oszillators hängt nur von den baubedingten Größen *m* und *D* ab, sie ist also konstant, egal wie heftig der Oszillator schwingt. Deshalb *postulierte* Planck „unter großen Schmerzen“, dass die *eine* gesuchte Energieportion proportional zu f sein muss. Mit dem Proportionalitätsfaktor *h* ergibt sich dann $\Delta W = h \cdot f$. (Planck nannte der Proportionalitätsfaktor *h* = „Hilfsgröße“, denn ihm war wirklich mulmig bei seinem Geniestreich). Jetzt wird alles ganz einfach: Man stapelt die erlaubten Energiedifferenzen einfach übereinander und erhält $W_n = h \cdot f \cdot n$. Beim Überspringen einer Stufe wird somit immer die gleiche Lichtenergie abgestrahlt. Und weil die Amplitude $\hat{x}$ beim Oszillator mit der Energie in der Beziehung $W = ½ \cdot D \cdot \hat{x}^2$ steht, hat man für die erlaubten Amplituden die Gleichung $W_n = h \cdot f \cdot n = ½ \cdot D \cdot \hat{x}_n^2$. Daraus folgt $\hat{x}_n = \sqrt{2 \cdot h \cdot f / D} \cdot \sqrt{n}$.
Durch ähnliche Überlegungen fand Niels Bohr die erlaubten Radien für das Wasserstoffatom.

4) <u>Das Spektrum des Wasserstoffatoms.</u>

Planck musste die erlaubten Amplituden so festlegen, dass bei allen *Amplitudensprüngen* eines Oszillators stets ein und dieselbe Frequenz abgestrahlt wird. Vom H-Atom wusste man mittlerweile, dass bei den entsprechenden „*Radiensprüngen*“ jeweils eine *andere* Farbe, also insgesamt eine ganze Farbserie, ein *Farbspektrum*, abgestrahlt wird. Bei Abstrahlung heißt es *Emissionsspektrum*, bei Lichtaufnahme heißt es *Absorbtionsspektrum*. Bohr musste die Radien also so ermitteln, dass bei den Radiensprüngen das experimentell gefundene Farbspektrum herauskommt.

Wir können das Emissionsspektrum des Wasserstoffs sogar im Schülerversuch selbst ermitteln. Dazu wird Wasserstoffgas in einer Entladungsröhre so stark erhitzt, dass es leuchtet. Die abgestrahlte Lichtwelle fällt dann auf ein Beugungsgitter. Schaut man auf das Gitter, so sieht man neben der *gerade* hindurch laufenden Welle mit $n = 0$, auch die erste gebeugte Welle $n = 1$. Auf einer Ableseskala erkennen wir dann, aus welcher Richtung der Strahl kommt.





Auswertung:

1) Das Beugungsgitter hat 300 Linien / mm, also 300 000 Linien / m. Also beträgt die Gitterkonstante $g = 1/300000\,m = 3,3 \cdot 10^{-6}\,m$.

2) Der Abstand Gitter-Ableseskala beträgt $d = 0,55\,m$.

3) Das erste Beugungsmaximum wird auf der Ableseskala an der Stelle L registriert.

4) Aus dem Beugungswinkel α für $n = 1$ folgt $\lambda = g \cdot \sin\alpha$.(siehe Q1)

5) Für das eingefärbte Dreieck in der Abb. oben gilt $\tan\alpha = L/d$. Für kleine Winkel darf man Sinus und Tangens gleichsetzen und erhält so die Wellenlänge λ der an der Stelle L gesehenen Spektrallinie: $\lambda = L \cdot g / d$.

Experiment: Die Ablesestelle L wurden experimentell ermittelt.
Daraus folgt die Wellenlänge $\lambda = L \cdot g / d$ und mittels $f = c/\lambda$ die Frequenz der Lichtwelle.

L	$6,8\,cm$	$7,2\,cm$	$8,1\,cm$	$10,9\,cm$
λ	$4,1 \cdot 10^{-7}\,m$	$4,4 \cdot 10^{-7}\,m$	$4,9 \cdot 10^{-7}\,m$	$6,6 \cdot 10^{-7}\,m$
f	$7,3 \cdot 10^{14}\,Hz$	$6,9 \cdot 10^{14}\,Hz$	$6,1 \cdot 10^{14}\,Hz$	$4,5 \cdot 10^{14}\,Hz$

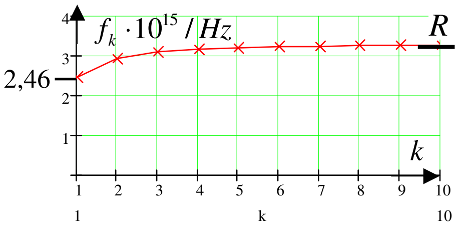
Aufgabe: Rechne alles nach !

5) Die Lyman-Serie und die Energien der möglichen stabilen Umlaufbahnen.

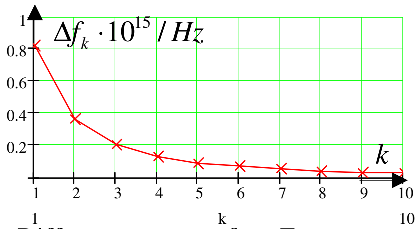
Der amerikanische Physiker Lyman hatte eine vollständige Spektralreihe des H-Atoms ermittelt.

$f_1/10^{15}\,Hz = 2,46$ $\quad f_2/10^{15}\,Hz = 2,91$ $\quad f_3/10^{15}\,Hz = 3,07$ $\quad$ 3,15 3,19 3,23 $\quad R$

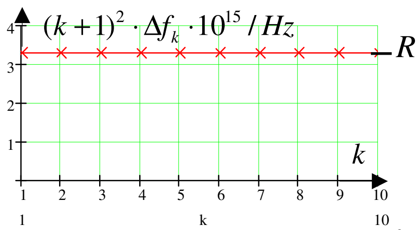
Lymans Frequenzen konvergierten gegen eine Grenzfrequenz mit dem Wert $R = 3,28 \cdot 10^{15}\,Hz$.



Frequenzen der Lyman-Serie



Differenzen zur größten Frequenz



Differenzen multipliziert mit $(k+1)^2$

Die Grenzfrequenz R heißt *Rydbergfrequenz*. Bohr bildete die Differenzen $\Delta f_k = R - f_k$ und sah eine abfallende Kurve. Nach welchem Gesetz fällt sie ab? Nach einigem Probieren zeigte sich, dass $\Delta f_k \cdot (k+1)^2$ einen *konstanten* Wert hat, welcher genau wieder die Rydbergfrequenz R war.
Also $(R - f_k) \cdot (k+1)^2 = R$ bzw. $R - f_k = R/(k+1)^2$ bzw. $f_k = R - R/(k+1)^2 = R \cdot (1 - 1/(k+1)^2)$.

Liniennr. k	1	2	3	$\to \infty$
	$R \cdot (1-1/2^2)$	$R \cdot (1-1/3^2)$	$R \cdot (1-1/4^2)$	
Frequenz f_k	$3/4 \cdot R$	$8/9 \cdot R$	$15/16 \cdot R$	R
Übergang	$W_1 \to W_2$	$W_1 \to W_3$	$W_1 \to W_4$	

Licht der Frequenz f besteht aus Photonen der Energie $W_{Ph} = h \cdot f$. Die höchste Photonenenergie ist somit $h \cdot R$. *Absorbiert* das Wasserstoffatom ein Photon *dieser* Energie, so wird das Atom *ionisiert* und das Elektron *freigesetzt*. Es hat dann den Energiewert *null*. Also ist $h \cdot R$ die *Ablösearbeit* und der Grundzustand hat die Energ. $\underline{\underline{W_1 = -h \cdot R}}$.

Addiert man zu W_1 die Photonenenergie $3/4 \cdot h \cdot R$ des Überganges $W_1 \to W_2$, so erhält man $W_2 = W_1 + 3/4 \cdot h \cdot R = \underline{\underline{-1/4 \cdot h \cdot R}}$. Addiert man $8/9 \cdot h \cdot R$ zu W_1, folgt $W_3 = W_1 + 8/9 \cdot h \cdot R = \underline{\underline{-1/9 \cdot h \cdot R}}$

Aus der Lyman-Serie und Einsteins Lichtquantenhypothese erhielt Bohr so die Energien der möglichen stabilen Umlaufbahnen des Elektrons im Wasserstoffatom.: $\boxed{W_n = -\, h \cdot R / n^2 \;\; ; n = 1,2,3,...}$

6) <u>Die Radien der möglichen stabilen Umlaufbahnen des Elektrons im H-Atom.</u>
Umläuft ein Planet der Masse m die Sonne mit Masse M auf einer Kreisbahn mit Radius r, so ist der Planet an die Sonne gebunden, er ist nicht frei. Seine potentielle Energie zählt daher negativ, sie beträgt $W_{pot} = -\gamma \cdot m \cdot M / r$. Wegen $F_G = F_Z$ gilt auf der Kreisbahn stets $W_{kin} = -½ W_{pot}$.
Daher hat der Planet auf der Kreisbahn die Gesamtenergie $W_{Ges} = -\gamma \cdot m \cdot M \, / \, 2r$.
Umläuft das Elektron der Ladung $-e$ das Proton der Ladung $+e$ auf einer Kreisbahn r,
so zählt seine potentielle Energie ebenfalls negativ, sie beträgt $W_{pot} = -\dfrac{e^2}{4\pi \cdot \varepsilon_0} \cdot \dfrac{1}{r}$.
Auch hier gilt $W_{kin} = -\dfrac{1}{2} \cdot W_{pot}$, sodass $W_{Ges} = -\dfrac{e^2}{8\pi \cdot \varepsilon_0} \cdot \dfrac{1}{r}$ beträgt.

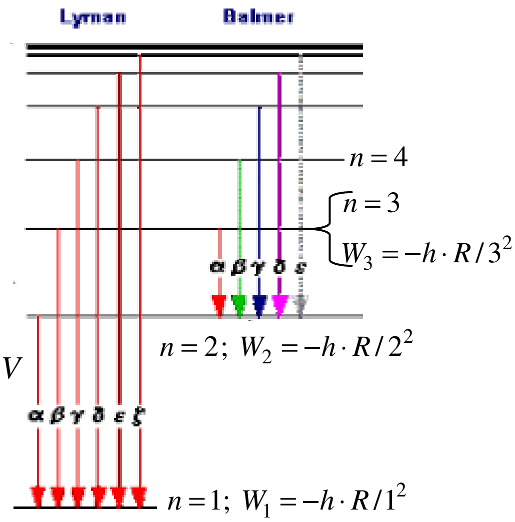
Anbringen des Index n und Gleichsetzen mit $W_n = -\dfrac{h \cdot R}{n^2}$ liefert $-\dfrac{e^2}{8\pi \cdot \varepsilon_0} \cdot \dfrac{1}{r_n} = -\dfrac{h \cdot R}{n^2}$.

Umstellen liefert die Radien der strahlungsfreien Bohrschen Bahnen $\boxed{r_n = \dfrac{e^2 \cdot n^2}{8\pi \cdot \varepsilon_0 \cdot R \cdot h}}$.

Auswerten: $$\frac{e^2}{8\pi \cdot \varepsilon_0 \cdot R \cdot h} = \frac{(1{,}6 \cdot 10^{-19} C)^2}{8\pi \cdot 8{,}85 \cdot 10^{-12} (As/Vm) \cdot 3{,}28 \cdot 10^{15} Hz \cdot 6{,}626 \cdot 10^{-34} Js} = 5{,}3 \cdot 10^{-11} m .$$

Also gilt für die Bohrschen Bahnen des Wasserstoffatoms $\underline{r_n = n^2 \cdot 5{,}3 \cdot 10^{-11} m}$

7) <u>Aufgaben</u>
a) Beschreibe den Rutherford-Versuch und die sich ergebenden Schwierigkeiten.
b) Vergleiche die Vorgehensweisen von Planck und Bohr beim Schwarzen Strahler bzw. bei H-At.
c) Erkläre, wie Bohr die Formel für die Energieniveaus $W_n = -\, h \cdot R / n^2$ beim H-At. gefunden hat.
d) Berechne die beiden niedrigste Energiewerte W_1, W_2 des H-Atoms in *Joule* und in *eV*.
e) Erkläre, wie Bohr die Radien der strahlungsfreien Umlaufbahnen gefunden hat.
f) Der Bahndurchmesser entspricht der Atomgröße. Wie groß ist das H-Atom im Grundzustand?
g) Die <u>Lymanserie</u> berücksichtigt die Radien-, bzw. Energiewertsprünge von den größeren Radien bzw. Energiewerten zur *kleinsten* Bahn mit r_1 und W_1.
Die <u>Balmer-Serie</u> berücksichtigt die Sprünge von den größeren Radien bzw. Energiewerten zur *zweit*niedrigsten Bahn mit r_2 und W_2. <u>Berechne</u> die Frequenzen der abgebildeten Übergänge. Beachte $R = 3{,}28 \cdot 10^{15} Hz$.



8) <u>Lösung</u>
d) $W_1 = -2{,}17 \cdot 10^{-18} J = -13{,}6 eV$, $W_2 = -0{,}54 \cdot 10^{-18} J = -3{,}4 eV$

g) Energiedifferenz durch h teilen:
<u>Lyman</u>: $f_{n \to 1} = R \cdot \left(1/1^2 - 1/n^2\right) \quad n \geq 2$

Übergang	$2 \to 1$	$3 \to 1$	$4 \to 1$	$5 \to 1$	$6 \to 1$	$7 \to 1$
$f / 10^{15} Hz$	2,46	2,92	3,08	3,15	3,19	3,21

<u>Balmer</u>: $f_{n \to 2} = R \cdot \left(1/2^2 - 1/n^2\right) \quad n \geq 3$

Übergang	$3 \to 2$	$4 \to 2$	$5 \to 2$	$6 \to 2$	$7 \to 2$	---
$f / 10^{14} Hz$	4,56	6,15	6,89	7,29	7,53	---

Start bei $W_n = -h \cdot R / n^2$
Ziel bei $W_m = -h \cdot R / m^2$ mit $m < n$
Differenz: $W_m - W_n = h \cdot R \cdot \left(\dfrac{1}{n^2} - \dfrac{1}{m^2}\right)$